

תדריך למעבדות בפיסיקה 1 להנדסה

פרופ' ג'ורג' ברגר, ד"ר זאב רובין
מר גבי גרינפלד, מר אלכס פורמן, מר יהודה הלוי

כרמיאל
2020

תוכן העניינים

נושא	עמוד
הוראות בטיחות	1.....
על הקורס	2.....
אומדן שגיאות ניסוי	4.....
אינטגרציה וגזירה גרפית	12
ניסויים	
ניסוי מס' 1 זריקה אופקית	15
ניסוי מס' 2 מדידת צמיגות בעזרת חוק סטוקס	16
ניסוי מס' 3 רישום מיקום כפונקציה של הזמן	19.....
תוכנת Tracker	21.....
ניסוי מס' 4 תנועה מעגלית	24.....
ניסוי מס' 5 החוק השני של ניוטון	27
ניסוי מס' 6 סימולציית תנועה בגיליון אלקטרוני	29.....
ניסוי מס' 7 חיכוך (בליווי דו"ח לדוגמא)	32.....
ניסוי מס' 8 אנרגיה פוטנציאלית של שדה כוח	37
ניסוי מס' 9 תנע ומרכז מסה	40
ניסוי מס' 10 תנועה הרמונית	42
ניסוי מס' 11 תנועה בתוך בור פוטנציאל	45
ניסוי מס' 12 שימור התנע הזוויתי	48
ניסוי מס' 13 תנודות הרמוניות של מטוטלת פיזיקלית	51.....

הוראות בטיחות

1. נוכחות סטודנטים במעבדה מותרת רק כאשר נמצא מדריך או לבורנט במרחב.
בהפסקות יינעלו המעבדות.
2. אסור לאכול או לשתות במעבדה.
3. כל הפעלת הציוד במעבדות תתבצע רק לאחר הסבר מתאים על ידי המדריך או הבורנט, באישורם ובהשגחתם.
4. בכל מעבדה קיים מפסק חירום, הנמצא באחד הקירות ומסומן על ידי שלט, המנתק את כל מערכת החשמל במרחב. מותר ללחוץ על המפסק האדום במקרה חירום בלבד.
5. מטפי כיבוי, הנמצאים בתוך ארונות זרנוקי המים, מיועדים לשימוש אך ורק במקרה של שריפה.
6. במקרה חירום (שריפה, רעידת אדמה וכו') יש להשתמש רק במדרגות חירום ולא במעלית.
7. במעבדה יש לנעול נעליים סגורות.
8. הכניסה לחדר הבורנטים ולחדר מרצים מותרת באישורם.

על הקורס

מטרות הקורס

- א. חיזוק וביסוס ידע אשר נרכש בשיעורי תיאוריה.
- ב. הבהרת הקשר בין התופעות הנחקרות לבין המושגים התיאורטיים.
- ג. פיתוח יכולת ביצוע ניסויים.
- ד. פיתוח יכולת ביצוע מדידות תוך כדי התייחסות לשגיאות מדידה וחישוב.
- ה. פיתוח יכולת ניתוח תוצאות המדידות והסקת מסקנות.
- ו. פיתוח יכולת דיווח, בדרך מקובלת, על עבודה ותוצאותיה.
- ז. פיתוח מיומנויות עבודת צוות.

מהלך הקורס

- א. **הכנה לקראת הניסוי:** לקראת כל ניסוי יתבקשו הסטודנטים לקרוא חומר מתאים בספרי-לימוד ובתדריך המעבדה. לפעמים יינתן דף עם שאלות הכנה. על הסטודנט לציין לעצמו נקודות מרכזיות, לפיהם יפעל במהלך עבודתו במעבדה, וגם נקודות לא ברורות.
- ב. **דיון מקדים בכיתה:** תחילת המפגש תוקדש לדיון קצר לקראת הניסוי ולבירור השאלות שהתעוררו אצל סטודנט במהלך ההכנה. מטרת הדיון לסייע לסטודנט לבצע את הניסוי באופן עצמאי ומתוך הבנה.
- ג. **ביצוע הניסוי:** הניסוי יבוצע, בהתאם לתכנון מוקדם להשגת המטרה, תוך איסוף ורישום שיטתי ומסודר של נתונים, כולל התייחסות לשגיאות מדידה. יעשה מאמץ לעבד את הנתונים עוד במהלך המפגש, כדי לוודא שהתקבלו תוצאות הגיוניות. הנתונים יאספו ויעובדו באמצעות גיליון אלקטרוני (Excel) ולכן יש להביא לכל מפגש זיכרון נייד כדי לקחת את התוצאות להמשך עיבודן בבית.
- ד. **כתיבה והגשת דו"ח מסכם:** בתחילת כל מפגש על הסטודנטים להניח על שולחן המורה דו"ח של הניסוי שבוצע במפגש הקודם. הדו"ח, שנכתב במעבד תמלילים, חייב להיות חתום על ידי כל חברי הקבוצה, ורק על ידי אלה שנכחו במהלך ביצוע הניסוי. הדו"ח יוחזר לסטודנטים, שבוע לאחר הגשתו, עם הערות, תיקונים וציון. סטודנט שנעדר ממפגש מעבדה מסיבה מוצדקת בלבד (מילואים, מחלה, חתונה, או סיבה שאושרה על ידי ראש המחלקה) יפנה למורה כדי לבדוק אפשרות השלמת הניסוי. איחור בהגשת דו"ח עלול לגרום להורדת הציון. אין הגשת דו"ח פעם שנייה.
- ה. **בוחן אמצע:** בוחן זה הינו בוחן שמטרתו לבדוק את בקיאות הסטודנט בדוחות שהיגיש ואת ההבנה שלו של עקרונות ביצוע הניסוי כפי שנלמדו עד למועד הבוחן.
 - ו. **מבחן הסיום:** מטרת מבחן הסיום היא לבחון את שליטת הסטודנט בעקרונות אשר נלמדו במעבדה במהלך הקורס.

מבנה דו"ח מעבדה:

- א. **דף שער:** שם הניסוי ומספרו הסידורי. שמות הסטודנטים, מספר ת"ז וחתימה של כל אחד מהם. תאריך שבו בוצע הניסוי, כולל יום בשבוע ושעה (דוגמה: 21.11.2004 יום

- א' (11:00-13:00). תאריך הגשה. המחלקה אליה משתייכים הסטודנטים, ושם המדריך.
- ב. **מטרות הניסוי:** על אילו שאלות אמור הניסוי לענות.
- ג. **הרקע התיאורטי:** תאור קצר של התופעה הנחקרת, הצגת חוקים פיזיקאליים, עליהם נשען הניסוי. פיתוח או הצגת נוסחאות העבודה של הניסוי. מתוך הרקע התיאורטי הקורא אמור להבין מדוע הניסוי נעשה כפי שנעשה.
- ד. **השערות:** מה מצופה להתקבל בניסוי, בטרם ביצעו.
- ה. **מהלך הניסוי ותוצאותיו:** זו ליבת הדו"ח. כאן יש להציג תרשים המערכת, תאור קצר של שלבי הניסוי, טבלאות, גרפים, חישובי תוצאות ואומדן שגיאות. יש לכמת ערכים תיאורטיים וערכים נמדדים.
- תזכרו שכתביה ברורה ומפורטת של הדו"ח תשרת בעיקר אתכם כאשר תתכוננו לבוחן האמצע ולמבחן הסיום. במקרים רבים, צילום חלקים של המערכת עשויה להועיל.
- ז. **מסקנות הניסוי:** המסקנות חייבות להתקשר למטרות. יש להשוות בין הערכים התיאורטיים והערכים הנמדדים, בהתחשב בשגיאות הניסוייות. כאן גם המקום להתייחס לסיבות העיקריות אשר גרמו לשגיאות.
- ח. **הצעות לשיפור התוצאות:** מה לדעתך רצוי וניתן לשפר במהלך הניסוי. ראה פרוט נוסף בפרק על השגיאות הניסוייות.
- בניסוי מס' 7 (חיכוך) הוספנו דו"ח מעבדה אפשרי במטרה להמחיש את המבנה הדרוש.

מבנה הציון

- א. דו"חות מעבדה 50%
- ב. בוחן אמצע 15%
- ג. מבחן סיום 20%
- ד. הערכת מדריך 10%
- ה. מטלת פתיחה בנושא שגיאות מדידה 5%
- הערה: הדו"ח – קבוצתי; יתר מרכיבי הציון – אישיים.

אומדן שגיאות ניסוי

אם תסגור את דלתך בפני כל הכזבים,
תסתכן להשאיר את האמת בחוץ.
רבינדרנת טאגור

מלבד פעולות פשוטות כגון ספירה, שבה יודעים שהתוצאה חייבת להיות מספר שלם, לא ניתן לבצע מדידה של גודל פיזיקלי בדרגת דיוק מוחלטת. בכל מדידה קיימת אי-ודאות. נניח למשל שאנו מודדים אורך של גוף מסוים באמצעות סרגל. בסרגל רגיל המרחק בין שנת לשנת הוא 0.1cm ולא ניתן לקבוע בוודאות מהו אורך הגוף בדיוק שעולה בהרבה על מחצית המרחק בין שנתות. לכן, במדידה זאת יש אי-ודאות של כ- 0.05cm.

מסיבות היסטוריות, לאי-ודאות במדידה קוראים גם *שגיאה ניסויית*. השגיאה הניסויית איננה טעות שנובעת מחוסר תשומת לב, אלא מגבלה בלתי נמנעת משיטת המדידה. מונח שונה, שאין לבלבל אותו עם השגיאה הניסויית הוא *הסטייה*, בין הניסוי והתאוריה. בהמשך נראה שהכלי המרכזי בניתוח תוצאות ניסוי הוא ההשוואה בין הסטייה והשגיאה הניסויית.

על החוקר שמבצע ניסוי לדאוג למספר צעדים הקשורים לשגיאה הניסויית:

- א. לצמצם את השגיאה עד כמה שניתן
- ב. לאמוד את השגיאה ולדווח עליה
- ג. להסיק מסקנות בהתבסס על שגיאה זאת

עבור גודל X , מקובל לסמן את אי-הוודאות שבו כ- $\pm \Delta X$. הסימן $\pm$ מצביע על כך שאיננו יודעים אם הסטייה מהערך האמיתי היא כלפי מעלה או כלפי מטה.

סוגי שגיאות מדידה

ניתן לסווג את שגיאות המדידה בכל מיני אופנים. אחד הסיווגים הוא האבחנה בין שגיאות שיטתיות ואקראיות. הכרת סוג השגיאה תאפשר לנו למצוא דרכים לאמוד אותה בצורה הטובה ביותר.

1. שגיאה שיטתית

שגיאה שיטתית נובעת משיטות מדידה או ממכשירי מדידה שבהם יש גורם שלא מובא בחשבון. תוצאות המדידה מופיעות במקרה זה באותה מגמה - או כלפי מטה או כלפי מעלה. אי אפשר להקטין שגיאה שיטתית על-ידי מדידה חוזרת כי בכל המדידות מופיעה שוב אותה השגיאה. למשל, אם נמדוד זמן נפילה של גוף באמצעות שעון שמפגר, נמדוד תמיד זמן קצר יותר ממשך הנפילה; הסטייה תהיה תמיד באותו הכוון. כמו-כן, אם נמדוד את המשקל של גוף בנוכחות אוויר, כוח העילוי של האוויר תמיד יפחית ממשקלו.

ניתן לצמצם את השגיאה השיטתית ע"י כיול מכשיר המדידה, כלומר, השוואתו למכשיר אמין יותר או תקן מקובל.

למשל, אם בפרק זמן שבו שעון איכותי מודד 1000 שניות השעון המפגר מודד רק 998 שניות, נוכל לתקן את התוצאות שקיבלנו ע"י כך שנחלק אותן ב-0.998.

איך להעריך שגיאה במדידה בודדת?

יש לעיין בעלון היצרן כדי לדעת מהו הדיוק של מכשיר מדידה. בהעדר עלון הסבר, סביר להעריך את השגיאה במכשיר אנלוגי כמרחק בין שנת לשנת בסקלת המכשיר. במכשיר ספרתי – ניחוש מושכל הוא גודל היחידה האחרונה שמוצגת בצורה יציבה.

דוגמא 1: אם שעון דיגיטלי מראה 171.37 sec, אזי השגיאה המשוערת היא $\Delta t = \pm 0.01 \text{ sec}$

דוגמא 2: אם מד טמפרטורה דיגיטלי מראה, בלי שום שינוי שנוכל לעקוב אחריו, טמפרטורות $T = 83.73^\circ\text{C}, T = 83.74^\circ\text{C}, T = 83.71^\circ\text{C}, T = 83.73^\circ\text{C}, T = 83.70^\circ\text{C}$ (הספרה האחרונה "רוקדת"), אזי נוכל להתייחס לטמפרטורה $T = 83.7^\circ\text{C}$ כ"בטוחה" והשגיאה המשוערת תהיה $\Delta T = \pm 0.1^\circ\text{C}$

בכל מקרה, עלינו להיות ערניים לקשיים הכרוכים בביצוע של כל מדידה ולהשתמש בשכל הישר על מנת להעריך את רמת הדיוק שניתן להשיג בה.

2. שגיאה אקראית

שגיאה אקראית היא סטייה מהערך האמיתי שגודלה ומגמתה לא קבועים. היא מופיעה כתוצאה משינויים לא מבוקרים בתנאי העבודה. לא ניתן לתקן שגיאה אקראית בעזרת כיול, כי הסטייה מהערך האמיתי לא חוזרת על עצמה. ניתן להעריך את גודל השגיאה האקראית ע"י חזרה על המדידה מספר פעמים והשוואה בין התוצאות. מונח סטטיסטי שמכמת את השגיאה האקראית הוא סטיית התקן.

סטיית התקן

נניח שאנו מבצעים N מדידות של הגודל X . נסמן ב- X_1 את תוצאת המדידה הראשונה, ב- X_2 את תוצאת המדידה השנייה וכן הלאה עד X_N . זאת אומרת התקבלו N תוצאות שונות,

$$X_1, X_2, X_3, X_4, \dots, X_N$$

מצפים שהערך המקורב ביותר לגודל X יהיה ניתן לאפיון ע"י הממוצע האריתמטי $\bar{X}$

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \quad (1)$$

הממוצע $\bar{X}$ הוא הניחוש הטוב ביותר לערך האמיתי של הגודל הנמדד. במקרים רבים הערכים $X_1, X_2, X_3, X_4, \dots, X_N$ מתפלגים סביב הממוצע לפי התפלגות הנקראת "גאוסית" או "נורמלית". ניתן להעריך את השגיאה האקראית באמצעות גורם הנקרא סטיית התקן המוגדר ע"י

$$S = \sqrt{\frac{1}{(N-1)} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2} \quad (2)$$

סטיית התקן היא השורש של ממוצע הריבועים של ההפרשים בין תוצאות המדידה והממוצע שלהן; מכאן שסטיית התקן היא מעין ממוצע של סטיות אלה.

סטיית התקן מייצגת את אורך התחום שבו עשויות להתקבל תוצאות המדידה: עבור התפלגות נורמלית, כ-

68% מתוצאות המדידה נמצאות בקטע מסביב ל- $\bar{X}$, בתחום שבין $(\bar{X} + S)$ לבין $(\bar{X} - S)$.

אם נרחיב את תחום השגיאה לשתי סטיות תקן, לתחום שבין $(\bar{X} + 2S)$ לבין $(\bar{X} - 2S)$, תעלה

ההסתברות להמצאות בתחום ל- 95%.

בסיכום, במקרה של שגיאה אקראית, סטיית התקן מייצגת את הסטייה האופיינית של תוצאת מדידה מן הערך הממוצע, שהוא הניחוש הסביר ביותר לערך האמיתי. מכאן שאפשר לאמוד את השגיאה במדידה בודדת כשווה לסטיית התקן.

הצטברות שגיאות

נדון תחילה במקרה של שגיאה שיטתית. נניח שלגוף יש מסה של 100 גרם, אך מודדים את המסה במאזניים שמזייפים, כך שהשגיאה בכל מדידה היא 10 גרם וקריאת המאזניים היא 110 גרם. אם נחזור על המדידה 5

פעמים, סכום המדידות תהיה 550 גרם והשגיאה בסכום תהיה שווה לסכום השגיאות, 50 גרם. אם ניקח את ממוצע המדידות, נקבל שוב 110 גרם והשגיאה תהיה 10 גרם, כמו במקרה של מדידה בודדת.

נדון שוב באותו המקרה, אך נניח עכשיו שהשגיאה לא נובעת מזיוף, אלא מרעידות בבניין, שגורמות לפעמים לקריאה גדולה מהמציאות ולפעמים לקריאה קטנה מהמציאות. במקרה זה צפוי שסטיית הסכום מהסכום האמיתי (500 גרם) תהיה פחות מ-50 גרם, כי לסטיות במדידות שונות תהיה נטייה לקזז אלה את אלה. מכאן שגם השגיאה בממוצע צפויה להיות פחות מ-10 גרם.

ניתוח סטטיסטי (תלמדו עליו בקורסים אחרים) מלמד שאם בכל מדידה של X יש אי-ודאות אקראית $\pm \Delta X$ ואם ההתפלגות היא נורמלית, אזי אי-הוודאות בסכום $\sum_{i=1}^N X_i$ הנה $\pm \Delta X \sqrt{N}$, ומכאן שאי-הוודאות בממוצע תהיה $\Delta \bar{X} = \Delta X \sqrt{N} / N = \Delta X / \sqrt{N}$. מכאן רואים שאם השגיאה הנה אקראית, אפשר להקטין אותה על ידי כך שחוזרים על המדידה פעמים רבות ולוקחים את הממוצע.

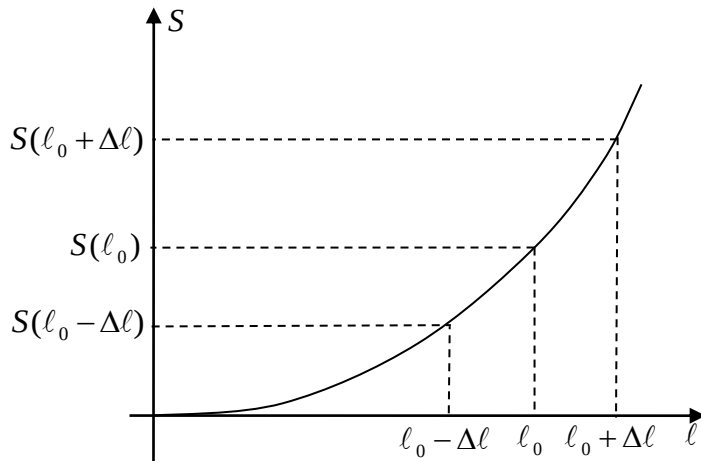
הצגת תוצאה ניסויית

אם מדדנו גודל X ומצאנו שהניחוש הטוב ביותר לערך האמיתי המדויק הנו X_0 ואי-הוודאות היא ΔX , חובה עלינו לדווח על דרגת הדיוק שהשגנו, כלומר, עלינו לכתוב $X = X_0 \pm \Delta X$. כמובן, צריכים תמיד לרשום את היחידות שבהן X נמדד או חושב.

ספרות משמעותיות

נניח שקיבלנו את התוצאה $I = (0.8324 \pm 0.08) A$. פרוש אי-הוודאות המסומנת היא שאנחנו לא בטוחים לגבי הערך המדויק של I בתחום שלפי הערכתנו הוא כ-0.08 A. מכאן שאין לנו מושג אם I היה גדול או קטן יותר בכמה אלפיות, שלא לדבר על ספרת עשיריות האלפיות. מכאן שהרישום הנכון הוא $I = (0.83 \pm 0.08) A$ והרישום המקורי מהווה הטעיה. הספרות שאנחנו רושמים בתוצאה, כי אנחנו אכן יודעים משהו עליהן, נקראות ספרות משמעותיות.

ברישום $I = 0.8324 A$ יש הצהרה כאילו ידוע לנו שהספרה האחרונה בערכה של I צפויה להיות 4 עשיריות האלפיות של A, ואין לנו שום בסיס לצפות שזה יהיה נכון. אילו היינו מקבלים $I = (0.8371 \pm 0.08) A$, היינו מקרבים למספר המתאים הקרוב ביותר, כלומר, היינו רושמים $I = (0.84 \pm 0.08) A$.



אם, למשל, מקבלים $X = (0.0238 \pm 0.1) \text{cm}$,

הרישום הנכון יהיה $X = (0.0 \pm 0.1) \text{cm}$.

המשמעות היא שהמידות לא היו מספיק

מדויקות כדי לספק לנו מידע ברור אודות X ,

וכל מה שנוכל לאומר הוא ש- $|X|$ לא יכול

להיות גדול בהרבה מ- 0.1cm .

אם נקבל תוצאה כגון $I = (0.83 \pm 0.0005) \text{A}$

, המשמעות היא שלא הערכנו נכון את השגיאה,

או שלא רשמנו את כל הספרות שהיינו אמורים להכיר.

השגיאה עצמה היא אומדן, ויש בה מידה רבה של שרירות. למשל, אדם מיומן יוכל למדוד אורך באמצעות

סרגל בדיוק של 0.2mm , אך אדם שחושש להצהיר דיוק מעל ליכולתו ירשום שהשגיאה היא 0.5mm .

מכאן שבשגיאה רושמים רק ספרה משמעותית אחת.

השגיאה היחסית

לעתים קרובות מעניין לדעת מה היחס בין אי-הוודאות בגודל מסוים והגודל עצמו. אם הניחוש הטוב ביותר

לערך של X הנו X_0 ואי-הוודאות בו הנה ΔX , היחס $\frac{\Delta X}{|X_0|}$ נקרא **השגיאה היחסית** ב- X . לעתים קרובות

מציינים את השגיאה היחסית באחוזים, למשל, יחס של 0.2 מוצג כ- 20% .

אם ברצוננו להדגיש שדנים בשגיאה עצמה ולא בשגיאה היחסית, אומרים ש- ΔX היא השגיאה המוחלטת ב-

X .

שגיאה בגודל מחושב

1. שגיאה בפונקציה של גודל מדוד אחד

נניח למשל שברצוננו להכיר את השטח S של דיסקה וביכולתנו למדוד את קוטרה ℓ . השטח יהיה פונקציה

של הקוטר, $S(\ell) = \frac{\pi}{4} \ell^2$. אם הקביעה האמינה ביותר עבור הקוטר היא $\ell = \ell_0$ ואי-הוודאות בקוטר היא

$\Delta \ell$, המשמעות היא שבסבירות גדולה הקוטר נמצא בתחום $\ell_0 - \Delta \ell \leq \ell \leq \ell_0 + \Delta \ell$; מכאן שבאותה דרגת

סבירות השטח נמצא בתחום $S(\ell_0 - \Delta \ell) \leq S \leq S(\ell_0 + \Delta \ell)$ והקביעה האמינה ביותר עבור השטח תהיה

$S(\ell_0)$. נסמן $\Delta S = S(\ell_0 + \Delta \ell) - S(\ell_0)$. מתקיים כמובן $\Delta S = \frac{\Delta S}{\Delta \ell} \Delta \ell$ ו- $\frac{\Delta S}{\Delta \ell}$ הנו השיפוע של הגרף

$S(\ell)$. אם אי-הוודאות ב- ℓ לא גדולה, נוכל לקרב את השיפוע בנגזרת ולכתוב $\Delta S \approx \frac{dS}{d\ell} \Delta \ell$. באופן כללי

לא מתקיים $S(\ell_0) - S(\ell_0 - \Delta \ell) = S(\ell_0 + \Delta \ell) - S(\ell_0)$, אך אם $\Delta \ell$ לא גדולה,

$S(\ell_0) - S(\ell_0 - \Delta \ell) \approx \frac{dS}{d\ell} \Delta \ell$. בסיכום, ניתן לצפות שהשטח יהיה בתחום

$$S(\ell_0) - \frac{dS}{d\ell} \Delta \ell \leq S \leq S(\ell_0) + \frac{dS}{d\ell} \Delta \ell, \quad \Delta S = \frac{dS}{d\ell} \Delta \ell$$

באופן כללי, אם אי-הוודאות של גודל כלשהו X הנה ΔX , ניתן לאמוד את אי-הוודאות בפונקציה $f(X)$

כ- $\Delta f = \frac{df}{dX} \Delta X$. מכיוון שבלאו הכי לא יודעים אם התוצאה שאנחנו מקבלים עבור f גדולה או קטנה

מהערך האמיתי של f , מקובל להגדיר את אי-הוודאות כחיובית ולכן נאמץ את הכלל: $\Delta f = \left| \frac{df}{dX} \right| \Delta X$.

2. שגיאה בפונקציה של מספר גדלים מדודים

נדון עכשיו בפונקציה של N משתנים, $f(X_1, \dots, X_N)$, כך שב- X_i יש אי-ודאות ΔX_i , $i = 1, \dots, N$.

אילו היתה אי-ודאות רק באחד מהמשתנים, וכל המשתנים האחרים היו מדויקים, היינו מקבלים כמו בסעיף

הקודם שאי-הוודאות ב- f הנה $\Delta f = \left| \frac{\partial f}{\partial X_i} \right| \Delta X_i$. הביטוי המסומן $\frac{\partial f}{\partial X_i}$ נקרא "הנגזרת החלקית של f

לפי X_i ". על מנת לקבל את $\frac{\partial f}{\partial X_i}$, גוזרים את f לפי X_i ומתייחסים לכל המשתנים האחרים כאל קבועים.

אם בכל המשתנים יש אי-ודאות, אזי $\left| \frac{\partial f}{\partial X_i} \right| \Delta X_i$ תהיה התרומה של ΔX_i לאי-ודאות ב- f . אם כל

התרומות מצטברות (כולן גורמות לסטיית f מערכה האמיתי עם אותו הסימן) נקבל אי-ודאות כוללת

$$\Delta f = \sum_{i=1}^N \left| \frac{\partial f}{\partial X_i} \right| \Delta X_i \quad (3)$$

מצב נפוץ יותר הוא שהתרומות של משתנים שונים לסטיית f מהאמת הן בלתי תלויות. במקרה זה מתקבל

מניתוח סטטיסטי:

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial X_i} \Delta X_i \right)^2} \quad (4)$$

אם N אינו מספר גדול מאוד, אין הבדל מהותי בין התוצאות המתקבלות מ-(3) או מ-(4), ומכיוון שאנחנו

מעוניינים רק באומדן של Δf , נוכל להשתמש בכל אחת מהמשוואות, לפי נוחותנו.

תרגיל

הראה את הקשרים השימושיים הבאים:

א. אם $f = x + y - z$, אזי $\Delta f = \Delta x + \Delta y + \Delta z$.

ב. אם $f = \frac{xy}{z}$, אזי $\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y} + \frac{\Delta z}{z}$.

ג. אם $f = x^n$, אזי $\frac{\Delta f}{f} = n \frac{\Delta x}{x}$.

מסקנות, רבותי, מסקנות

הסיבה שבגללה חשוב לאמוד את אי-הוודאות במדידות ובחישובים שלנו היא שללא אומדן זה לא ניתן להסיק מסקנות, וניסוי ללא מסקנות הוא כאילו ניסוי שלא בוצע.

המטרה של כל ניסוי היא לאשר או להפריך השערה מסוימת. במקרה האופייני, ההשערה אומרת שתאוריה מסוימת נכונה, ולפי תאוריה זאת יש גודל f שמקבל את הערך $f = f_{th}$. בניסוי אנחנו מודדים את f , או מחשבים אותו על סמך גדלים מדודים, ומקבלים ערך ניסויי $f = f_{ex}$. בתנאים אידאליים, היינו אומרים שהשערת הניסוי מתקיימת אם ורק אם $f_{ex} = f_{th}$.

הקושי הוא בכך ש- f_{ex} , ובדרך כלל גם f_{th} , מבוססים על תוצאות ניסוייות שיש בהן אי-ודאות, ולכן מוגזם לצפות שגדלים אלה יהיו שווים בדיוק; כל מה שניתן לצפות הוא שהם יהיו שווים בתחום השגיאה. במילים אחרות, אנחנו מצפים לאחד ממצבים אלה:

1. אם ההפרש $|f_{ex} - f_{th}|$ קטן או דומה לסכום השגיאות שלהם, $\Delta f_{ex} + \Delta f_{th}$ (למשל, אם

$f_{th} = 1.3743 \pm 0.0002 \text{ N}$ ו- $f_{ex} = 1.39 \pm 0.02 \text{ N}$), נסיק ש- f_{ex} ו- f_{th} שווים בתחום

השגיאה ולכן הניסוי מאשר את התאוריה בתחום הדיוק שהשגנו.

2. אם ההפרש $|f_{ex} - f_{th}|$ גדול במידה ניכרת מ- $\Delta f_{ex} + \Delta f_{th}$ (למשל, אם

$f_{th} = 1.3743 \pm 0.0002 \text{ N}$ ו- $f_{ex} = 1.387 \pm 0.003 \text{ N}$), נסיק ש- f_{ex} ו- f_{th} אינם שווים

בתחום השגיאה ולכן הניסוי מפרך את התאוריה, כלומר, התאוריה לא מתקיימת בתנאי הניסוי שלנו.

קיים כמובן תחום אפור גבולי, כאשר ההפרש $|f_{ex} - f_{th}|$ גדול מ- $\Delta f_{ex} + \Delta f_{th}$, אבל לא במידה ניכרת

(למשל, אם $f_{th} = 1.3743 \pm 0.0002 \text{ N}$ ו- $f_{ex} = 1.387 \pm 0.006 \text{ N}$, כולר, $\frac{|f_{ex} - f_{th}|}{\Delta f_{ex} + \Delta f_{th}} \approx 2$). במקרה

זה נחשוד שהתאוריה לא תקפה בניסוי שלנו, אך לא נוכל להסיק זאת בפסקנות. במקרים כאלה מדענים נוהגים להתאמץ במיוחד לחזור על הניסוי בתנאים משופרים, כך שהשגיאה הניסויית תהיה קטנה יותר, וניתן יהיה לפסוק לכאן או לכאן.

בנוסף למסקנה שחתרנו לקראתה, האם התאוריה מתקיימת או לא בניסוי שלנו, יתכן שנתקל במהלך הניסוי בתופעות מעניינות שלא היו צפויות. גם עליהן צריכים לדווח במסקנות.

במסקנות מדווחים רק על מה שנלמד מהניסוי; לא על מה שהיה ידוע מראש.

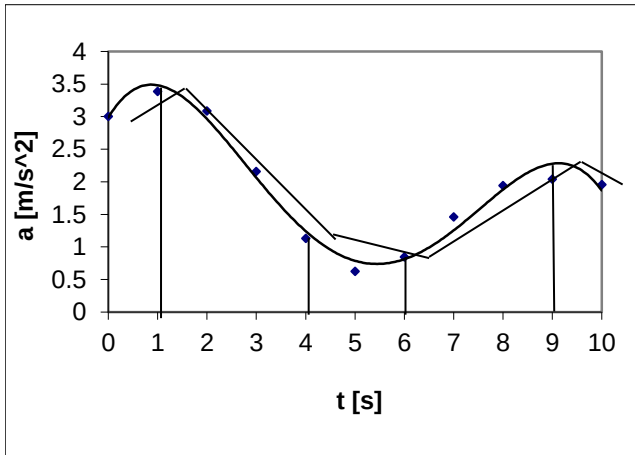
רצוי לסיים את המסקנות עם הצעות לשיפור הניסוי; השאלה היא מה חשוב לשפר. אם היתה התאמה בין תאוריה וניסוי, סימן שהשגיאה הניסויית היתה גדולה מדי כדי לגלות סטיות שיתכן שקיימות. אם כן, שיפור הניסוי פירושו הקטנת השגיאה הניסויית על מנת לבדוק את התאוריה במבחן מדויק יותר. כאשר מציעים איך להקטין את השגיאה הניסויית, חשוב להתמקד בגורם השגיאה הגדול ביותר.

במקרה ההפוך, כאשר אין התאמה בין תאוריה וניסוי, אין צורך להקטין את השגיאה הניסויית, כי היא כבר מספיק קטנה כדי להסיק ש- f_{ex} ו- f_{th} אינם שווים. במקרה זה רצוי להבין (לא תמיד נצליח) מדוע התאוריה לא מתקיימת בניסוי שלנו. על כל הסבר שנציע, חשוב לוודא שיש לו הסימן וסדר הגודל הנכונים כדי להסביר את ההפרש בין f_{ex} ו- f_{th} . חשוב גם לא לכלול בין ההסברים האפשריים גורמים שכבר התחשבנו בהם כשהערכנו את השגיאה הניסויית.

אינטגרציה וגזירה גרפית

1. שיטות אינטגרציה

לעתים קרובות, חוקר מודד גודל מסוים כפונקציה של גודל אחר ומעוניין להכיר את האינטגרל שלו. למשל,



איור 1

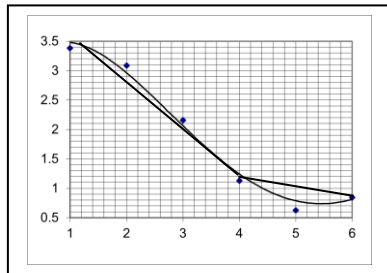
נניח שמדדנו תאוצה כפונקציה של הזמן ושאורך 1 מתאר את התוצאות שקיבלנו. הריבועים מתארים את התוצאות הניסוייות והקו החלק הותאם באמצעות גיליון אלקטרוני. נניח שאנחנו מעוניינים לחשב את

$$\int_0^{10s} a(t) dt, \text{ כלומר השטח שמתחת לקו החלק.}$$

שיטת הטרפזים

מחברים מספר נקודות על הקו החלק באמצעות קווים ישרים, כך שנוצרים טרפזים. באיור 1 נוצרו 5

טרפזים. השטח של כל טרפז שווה לבסיס כפול ממוצע הגבהים. למשל, שטח הטרפז השמאלי שווה $0.5 \times 1s \times (3 + 3.4) m/s^2 = 3.2 m/s$ והשטח של הטרפז השני משמאל שווה $0.5 \times 3s \times (3.4 + 1.2) m/s^2 = 6.9 m/s$.



איור 2

אנחנו רואים שיש שטח בין הקו החלק והקו העליון של הטרפזים שטרם הובא בחשבון. שטח זה ישאף לאפס אם ניקח טרפזים מספיק דקים. אפשרות אחרת להתחשב בשטח זה היא לסרטט סריג ולספור משבצות. באיור 2, הקו החלק נמצא בערך 18 משבצות מעל לטרפז השמאלי ו-11 משבצות מתחת לטרפז הימני. השטח של כל משבצת הינו $0.2s \times 0.1m/s^2 = 0.02m/s$.

שיטת יחס המסות

גזור את כל המלבן המכיל את הגרף (איור 1). שטח מלבן זה הינו $10s \times 4m/s^2 = 40m/s$. מדוד את מסת המלבן. נניח, למשל, שמסת המלבן הינה 4 גרם. מכאן נדע שכל גרם של גרף שווה $10m/s$. גזור עתה את שטח הגרף מתחת לקו החלק ומדוד את המסה של גזרה זאת. מכאן תוכל לחשב את השטח מתחת לקו. ע"מ למזער את השגיאה, דרוש קנה מידה שיצור גרף גדול.

אינטגרציה של קו המגמה

הגיליון האלקטרוני נותן לנו ביטוי עבור קו המגמה. במקרה של איור 1

$$y = -7.2578E-3x^4 + 1.4944E-1x^3 - 9.0606E-1x^2 + 1.2620x + 2.9844$$

היות ו- $\int x^n dx = x^{n+1} / (n+1)$, נובע מכאן

$$\int_0^{10} y dx = (-7.2578E2)/5 + (1.4944E3)/4 - (9.0606E2)/3 + (1.2620E2)/2 + 2.9844E1$$

שים לב שחשוב לרשום את הביטוי $y(x)$ עם מספיק ספרות משמעות. שים לב גם שלא תמיד ניתן להזניח איבר עם מקדם קטן (כגון $-7.2578E-3x^4$), כי x^n עשוי להיות גדול.

2. שיטות גזירה

שיפוע המשיק

נניח שברצוננו לחשב את da/dt ברגע $t=4s$, כאשר מדובר באותם ערכים $a(t)$ שהנחנו בפרק הקודם. מעבירים משיק לקו החלק דרך הנקודה ב- $t=4s$. הנגזרת היא השיפוע של קו זה. כדי לחשב את השיפוע, בוחרים 2 נקודות נוחות ומרוחקות על המשיק, למשל, $(0,4)$ ו- $(5,0.5)$. השיפוע הוא

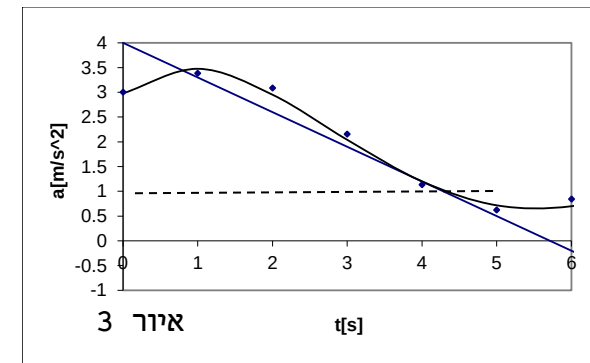
$$\frac{da}{dt} = \frac{\Delta a}{\Delta t} = \frac{(0.5-4)m/s^2}{(5-0)s} = -0.7 \frac{m}{s^3}$$

נגזרת של קו המגמה

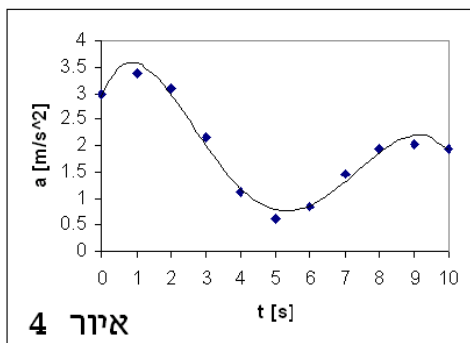
כפי שראינו בפרק הקודם, קו המגמה נותן ביטוי מקורב לגודל על הציר y כפולינום של הגודל על הציר x . מכיוון שהנגזרת של x^n היא nx^{n-1} , הנגזרת של כל איבר מחושבת באופן מיידי.

3 הערכת שגיאה

על מנת להעריך את השגיאה באינטגרל או בנגזרת, אנחנו חוזרים על החישוב לפי אותה השיטה, אך בדרך עצמאית, ומשווים בין התוצאות. כדי להבטיח תוצאות עצמאיות, רצוי שהחישוב ייעשה ע"י אדם אחר. בנוסף, מומלץ לשנות את דרגת הפולינום שאנחנו בוחרים לתיאור קו המגמה.



איור 3



איור 4

איור 4 כמעט זהה לאיור 1. ההבדל הוא שהפעם קו המגמה מתואר ע"י הפולינום בעל דרגה 5:

$$y = 3.4507E-4x^5 - 1.5885E-2x^4 + 2.2479E-1x^3 - 1.1735x^2 + 1.5866x + 2.9430$$

איך נחליט איזה מבין קווי המגמה טוב יותר? יש שלושה קריטריונים:

1. פשטות (לפי זה דרגה נמוכה תמיד עדיפה).

2. קרבה לנקודות הניסוייות. מה נחשב ל"קרוב" תלוי בשגיאה שיש בכל אחת מהנקודות על הגרף. למשל, אם להערכתנו השגיאה בתאוצה היא $\Delta a = 0.2 m/s^2$,

גם באיור 1 וגם באיור 4 קווי המגמה יהיו סבירים לפי קריטריון זה.

3. אין בגרף עליות וירידות שלפי חקירה נוספת לא מקבלות אישור ע"י מדידות.

התבוננות באיורים 1 ו-4 מראה שהפולינום בעל דרגה 4 עדיף במקצת עבור הזמנים ההתחלתיים

והפולינום בעל דרגה 5 עדיף במקצת עבור הזמנים הסופיים. נחליט אם כן, במידה רבה של שרירות,

ששני הקווים טובים באותה המידה. עבור הפולינום בעל דרגה 4 מקבלים $\int_0^{10} y dx = 19.368$ ועבור

הפולינום בעל דרגה 5, $\int_0^{10} y dx = 19.380$. מכיוון שהחלטנו ששתי ההתאמות טובות במידה דומה, נבחר

בממוצע כערך מאפיין: $\int_0^{10s} a(t)dt = 19.374 \pm 0.006 \text{ m/s}$. אילו היינו מחליטים שפולינום בעל דרגה 5

עדיף על דרגה 4, היינו לוקחים $\int_0^{10s} a(t)dt = 19.38 \pm 0.01 \text{ m/s}$.

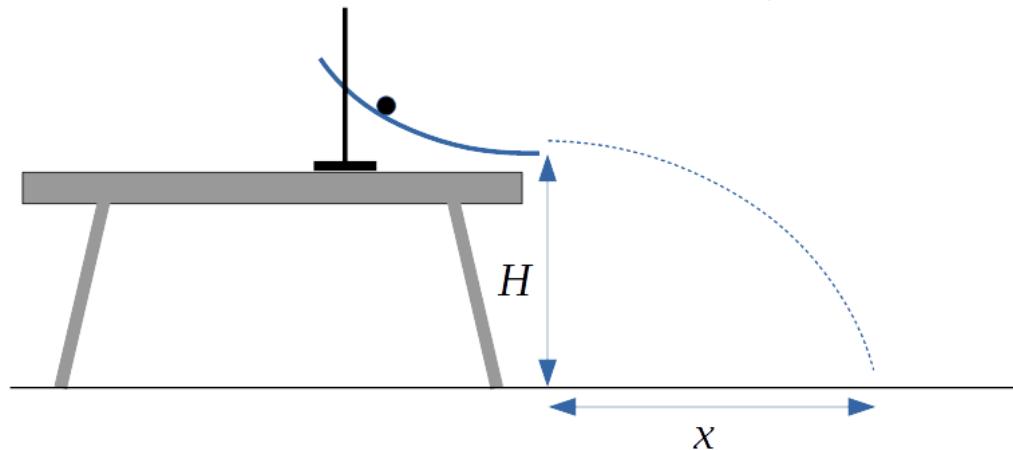
באותה הדרך, לפי שיטת הנגזרת של קו המגמה מקבלים $\left. \frac{da}{dt} \right|_{t=4s} = -0.65 \pm 0.02 \frac{\text{m}}{\text{s}^3}$

ניסוי מס' 1 – זריקה אופקית

הניסוי שלפניכם הינו תרגיל בעבודת מעבדה המבוסס על מערכת פיזיקלית פשוטה. בניסוי זה נשים דגש על הערכת השגיאה הניסויית, הצגתה, גילגולה לגדלים המחושבים והסקת מסקנות המבוססות על השוואה בין גדלים פיזיקליים.

בניסוי נמדוד את המרחק האופקי שעובר כדור כתלות בגובה ממנו הכדור נזרק, במהירות אופקית מסוימת. הרקע התיאורטי בניסוי זה הוא פשוט: בהשפעת כוח הכובד כדור פלדה קטן צפוי לנוע בתאוצה קבועה שהיא תאוצת הכובד. לשם פיתוח נוסחת העבודה יש למצוא את הביטוי למיקומו של כדור כזה שנזרק במהירות התחלתית אופקית. מתוך מיקום זה יש למצוא את התלות של המרחק האופקי שעובר הגוף, עד לפגיעתו בקרקע. בניסוי, נשים דגש מיוחד על הערכת שגיאת המדידה בגדלים המדודים, גלגולה לגדלים המחושבים והצגתה באופן גרפי.

מערכת הניסוי כוללת מסילה מתכתית, המחוברת למחזיק שמונח על שולחן. כדור פלדה משוחרר מנקודה מסוימת על המסילה, קצה המסילה אופקי כך שמהירות הכדור בעזבו את המסילה היא אופקית. נקודת הפגיעה של הכדור מסומנת על נייר לבן המודבק על הרצפה באמצעות נייר העתקה.



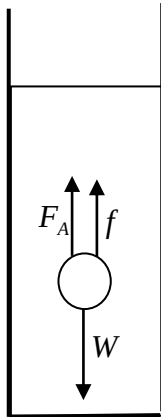
דרך ביצוע הניסוי:

1. בעזרת פלס בנאים, סמן את הנקודה על הרצפה שנמצאת מתחת לקצה המסילה.
2. שחרר את הכדור מנקודה מסוימת במסילה, לפי בחירתך. דאג לכך שהכדור נפגע בנייר ההעתקה. חזור כ-10 פעמים על הניסוי, כך שתקבל כ-10 כתמים על הנייר הלבן. השתמש במדידות כדי למדוד את הערך של x ואת שגיאת המדידה האקראית בערך זה. מדוד גם את H והערך את שגיאת המדידה של גודל זה.
3. הערך את השגיאה השיטתית ואת השגיאה הכוללת במדידת x .
4. חזור על הניסוי עבור 4 גבהים שונים. אפשר להסתפק ב 3 חזרות על כל זריקה לשם הערכת השגיאה האקראית.
5. הצג בגרף את x כתלות ב H . הצג את שגיאות המדידה ע"י שימוש ב **error-bars**. האם התלות שקבלת היא תלות לינארית? ענה על השאלה הזו ע"י העברת קו-מגמה לינארי בגרף ודיון בתוצאה המתקבלת. האם על סמך הפיתוח התיאורטי צפויה תלות לינארית?
6. על סמך הפיתוח התיאורטי, הצג גרף של x כתלות בפונקציה כלשהי של H כך שהתלות הצפויה לינארית (לתהליך זה קוראים לינאריזציה). חשב את השגיאות והצג אותן באמצעות **error-bars**. ע"י שימוש בקו-מגמה, וב $g = 9.80 \pm 0.01 \text{ ms}^{-2}$ הערך את גודלה של המהירות ההתחלתית שניתנה לכדור ואת אי-הוודאות בגודל זה.
7. השווה בין הערך הצפוי והערך שהתקבל מן הניסוי עבור נקודת החיתוך של הגרף עם הציר האנכי. האם יש התאמה? אם לא, מה המקור של אי-התאמה זו?

ניסוי מס' 2 - מדידת צמיגות בעזרת חוק סטוקס

בניסוי זה נבדוק האם נוסחא (4) בפרק "שגיאה בגודל מחושב" עובדת. זאת ע"י כך שנחשב את השגיאה המתגלגלת לגודל פיזיקלי שנקרה צמיגות. בנוסף לחישוב השגיאה באמצעות נוסחא (4), נבצע 10 מדידות של הצמיגות. נבדוק האם סטיית התקן שמתקבלת בסדרת מדידות אלו תואמת את השגיאה המחושבת.

רקע תיאורטי:



על גוף קשיח (בניסוי זה, כדור) שנופל בנוזל פועלים שלושה כוחות: כוח הכובד

(משקל) W , כוח העילוי (כוח ארכימדס) F_A וכוח הצמיגות f . חשוב

להדגיש שכוח הצמיגות אינו "חיכוך" בין הגוף לבין הנוזל;

שכבת הנוזל שנוגעת בכדור מקבלת את מהירות הכדור,

וככל שמתרחקים מן הכדור, המהירות של שכבות הנוזל הולכת וקטנה.

כל שכבה מפעילה כוח על שכנתה, ובסופו של דבר מופעל כוח על הכדור.

סטוקס מצא שכח הצמיגות הפועל על כדור שרדיוסו r ומהירותו v בתוך

נוזל צמיג שווה ל- $f = 6\pi\eta vr$ (1)

כאשר η הוא מקדם הצמיגות של הנוזל ותלוי בהרכב הנוזל ובטמפרטורה.

הכוחות הנוספים הפועלים על הכדור הם:

משקלו $W = mg = \rho g V$ (2)

וכוח העילוי $F_A = \rho_0 g V$ (3)

כאן m - מסת הכדור, g - תאוצת הכובד, $V = \frac{4\pi}{3}r^3$ - נפחו, $\rho = m/V$ - צפיפותו ו- ρ_0 - צפיפות הנוזל.

הכדור ירד בתאוצה a הנתונה ע"י החוק השני של ניוטון:

$$ma = W - F_A - f \quad (4)$$

ככל שמהירות הכדור הולכת וגדלה, כך גדל גם כוח הצמיגות. בסופו של דבר יהיה כוח כזה שהתאוצה

תתאפס והמהירות תפסיק להשתנות; זה קורה כאשר

$$W - F_A - f = 0 \quad (5)$$

נציב את הביטויים עבור כל אחד משלושת הכוחות המופיעים ב- (5) ונקבל

$$(4/3)\pi r^3 \rho g - (4/3)\pi r^3 \rho_0 g - 6\pi\eta r v = 0 \quad (6)$$

נחליץ את צמיגות הנוזל מתוך (6) ונקבל

הנחיות למילוי הטבלה ועיבוד התוצאות

- התייחסו ל- g ו- ρ_0 כנתונים: $g = (9.80 \pm 0.01) \text{ m/s}^2$, $\rho_0 = 1.26 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1.26 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, (בטמפרטורה של 20°C).
- בכותרת של כל עמודה, רשמו את היחידות.
- יתכן שיש גדלים שבהם יש גם שגיאה שיטתית וגם שגיאה אקראית. התייחס לגדולה שבין השניים.
- אפשר לאמוד את השגיאה ב- ρ_0 בהסתמך על מספר הספרות המשמעותיות.
- בניסוי זה ברצוננו למצוא את מקדם הצמיגות. עבור כל כדור שמשחררים, אפשר לקבל מקדם זה, אך אנחנו מעוניינים למצע את התוצאות במטרה לקבל ניחוש טוב יותר לערך המדויק. שיטה אחת היא לחשב תחילה את הממוצעים של r , t , ואת השגיאות בממוצעים אלה, ולהשתמש בממוצעים שהתקבלו על מנת לחשב את כל הגדלים האחרים, והשגיאות בהם.
- אם מבטאים את η באמצעות הגדלים המדודים, מקבלים ביטוי מסורבל; אם גוזרים במטרה לאמוד את השגיאה ב- η , מקבלים ביטויים עוד יותר מסורבלים. עדיף לאמוד את השגיאה בשלבים, בהסתמך על גדלים ביניים. אם מפרקים את המלאכה בצורה נבונה, כל החישובים הם כמו בתרגיל בפרק על אומדן שגיאות. למשל, אפשר לחשב תחילה את $\rho' = \rho - \rho_0$, את $v = \frac{X}{t}$, את r^2 , את השגיאות בגדלים אלה, ואחר-כך להציב במשוואה (7).
- שיטה שנייה למצע היא פשוט לקחת את הממוצע בעמודה האחרונה של הטבלה וכמו כן לחשב את השגיאה בממוצע. האם לפי שתי השיטות מתקבלת אותה התוצאה? קבלת אותה התוצאה, פירושה שלשתי השגיאות יש אותו סדר הגודל ושני הערכים עבור η שווים בתחום השגיאה. אם שתי השיטות לא מביאות לאותה התוצאה, איזו שיטה אמינה יותר לדעתכם? נמקו.
- השוו את התוצאה שקיבלתם אם אילו שקיבלו קבוצות אחרות. האם התוצאות מתלכדות בתחום השגיאה? אם לא, מה יכולה להיות הסיבה?

ניסוי מס' 3 – רישום מיקום כפונקציה של הזמן

בקנימטיקה אנחנו מתעניינים בכמויות כגון המהירות והתאוצה, שהן נגזרות המיקום לפי הזמן. על מנת לחשבן, עלינו להכיר את המיקום כפונקציה של הזמן. בניסויים להלן נדון בתנועה בממד אחד. ברשותנו "רשם זמן". מכשיר זה מכיל מגנט קבוע ואלקטרומגנט מחובר לרשת החשמל. מכיוון שהחשמל ברשת משנה כיוון בקצב של 50 פעמים בשנייה, המגנטים נדחים ונמשכים לסרוגין; בסוף המשיכה אחד המגנטים מקיש בנייר "קופי" ומסמן נקודה על סרט לבן. כך נוצר רישום של מיקום הסרט כל 0.02s.

ניסוי I – מדידת תאוצת הכובד

ביצוע:

הצמד את הרשם לשולחן. גזור פס סרט באורך דומה לגובה השולחן. השחל את הפס לרשם והדבק משקולת לאחד הקצוות. החזק את הפס כדי למנוע את נפילתו והפעל את הרשם. שחרר את הפס.

מדידות:

על הסרט יהיו כתמים הנראים בערך כך:



בהתחלת הסרט יש קבוצת נקודות שסומנו בטרם הסרט התחיל ליפול, ולכן אין להתחשב בנקודות אלה. הנקודה הראשונה שסומנה כאשר הסרט היה בתנועה (0) תבחר כראשית למיקום וכראשית לזמן. עבור כל הנקודות, מדוד את המיקום (כלומר, המרחק לנקודה 0).

רישום:

C	B	A	
v[cm/s]	x[cm]	t[s]	1
	0	0	2
=(B4-B2)/(A4-A2)			3

רשום את מדידותיך בגיליון אלקטרוני, הזמן בעמודה A והמיקום, בעמודה B. בשורה הראשונה רשום כותרות ויחידות, ובשנייה, הזמן והמיקום בראשית. מלא את המשך העמודה B בהתאם למדידות. עבור הזמן, רשום בתא A3 "A2+0.02". הגיליון אלקטרוני מפרש זאת כ"הזמן שהיה בתא שמעל A3, בתוספת 0.02s". העתק את התא A3 לכל המשך העמודה A. התוצאה תהיה רשימת זמנים העולים בצעדים של 0.02s.

חישוב המהירות: המהירות היא הנגזרת של המיקום, dx/dt . מבחינה מעשית, אין לנו אפשרות לקחת הפרשים אינפיניטסימליים, אלא רק הפרשים בין מיקומים וזמנים מדויקים. ע"מ לחשב את המהירות כאשר הנקודה מספר i עוברת דרך הרשם, אפשר לקחת מרחק בין הנקודה (i-1) לנקודה (i+1) ולחלקו בהפרש הזמנים (0.04sec). למשל, ע"מ לקבל את המהירות ברגע שבו הנקודה מס' 1 עברה דרך הרשם, עלינו לרשום בתא C3 "=(B4-B2)/(A4-A2)". לאחר שרושמים את הביטוי למהירות עבור הנקודה מס' 1, עלינו להעתיק את הביטוי להמשך העמודה C. הגיליון האלקטרוני מתאים את הביטוי באופן אוטומטי לכל פרק זמן. שים לב שעבור הנקודה האחרונה לא ניתן לחשב את המהירות, כי לא קיים פרק אחריה.

ניתוח תוצאות: לפי התאוריה,

$$v=v_0+gt \quad (1)$$

היכן ש- v המהירות ברגע t , v_0 המהירות ברגע $t=0$ ו- g תאוצת הכובד.

מכיוון שהתאוריה מנבאה תלות לינארית בין v ו- t , עלינו לסרטט גרף של v כנגד t , עם קו מגמה לינארי.

קביעת ערכים: הערכים של v_0 ו- g מתקבלים מקו המגמה, אך עלינו להכיר גם את השגיאה בהם. הגיליון האלקטרוני מסוגל לאמוד שגיאות אלה באמצעות ניהוח סטטיסטי. אלה ההוראות כדי לבצע ניתוח זה:

א. צבע 2×2 תאים ריקים (ע"מ לרשום בהם את התוצאות)

ב. רשום: " $=\text{LINEST}(y,x,\text{true},\text{true})$ ". כאן " y " מסמל את הערכים שעל ציר ה- y , כלומר,

המהירויות. הדרך הנוחה להכניס ערכים אלה היא ע"י צביעת התאים בעמודה C. כמו כן, x מוכנס

ע"י צביעת התאים המתאימים בעמודה A.

ג. לחץ $\text{Shift}+\text{Ctrl}+\text{Enter}$

כתוצאה, בתאים הצבועים יופיעו השיפוע של קו המגמה, נקודת החיתוך עם ציר ה- y , ואומדן שגיאותיהם. (הסדר המסומן בתרשים הוא בהנחה שהאותיות עולות מימין לשמאל.)

v_0	g
Δv_0	Δg

מסקנות:

- האם תאוצת הנפילה קבועה?
- האם תאוצה זאת שווה בתחום השגיאה לערך המקובל בספרות? אם לא, מה יכולות להיות הסיבות?
- האם זאת שיטה טובה למדידת תאוצת הכובד? איך אפשר היה לשפר את הדיוק?
- האם הערך שהתקבל עבור v_0 סביר? (הזמן שחלף מרגע עזיבת הסרט עד לנקיטת הנקודה 0 צריך להיות בתחום בין 0 ל- 0.02s)

ניסוי II – מציאת העתק מתוך גרף $v(t)$

ביצוע: השחל סרט לרשם כמו בניסוי הקודם (בלי משקולת), הפעל את הרשם ומשוך את הסרט בתנועה מהירה. הפעם אין סיבה לצפות לתאוצה קבועה או לשום קשר פשוט בין המהירות והזמן. הכן טבלה של זמנים, מיקומים ומהירויות, וגרף של המהירות כפונקציה של הזמן, בדיוק כמו בניסוי הקודם.

תאוריה: ההעתק מתקשר למהירות לפי
$$X_{\text{סוף}} - X_{\text{התח}} = \int_{t_{\text{התח}}}^{t_{\text{סוף}}} v(t) dt$$
 בניסוי זה ניקח את הנקודה מס' 1

כהתחלה ואת הנקודה מס' (N-1) (אחת לפני האחרונה) כסוף. במקרה זה מקבלים

$$(2) \quad x_{N-1} - x_1 = \int_{t_1}^{t_{N-1}} v(t) dt$$

ניתוח: חשב את $\int_{t_1}^{t_{N-1}} v(t) dt$ לפי שתיים מבין שלוש השיטות לאינטגרציה גרפית המוצגות בחוברת זו. עבור

כל שיטה, אמוד את השגיאה בתוצאה.

מסקנות: עבור כל אחת מהשיטות הנ"ל, בדוק אם $\int_{t_1}^{t_{N-1}} v(t) dt$ שווה בתחום השגיאה להעתק $x_{N-1} - x_1$.

שימוש בתוכנת Tracker למדידת מיקום כתלות בזמן

תוכנת Tracker היא תוכנה ברשיון חופשי הניתנת להורדה מן האתר

<http://physlets.org/tracker/>

תוכנה זו מכילה כלים רבים לניתוח של סרטים ותמונות. בפרט התוכנה מאפשרת לעקוב אחרי מיקום כתלות בזמן של נקודות בעלות צבע מוגדר ונבדל מן הסביבה. כך, ניתן להדביק מדבקה צבעונית על עגלות, או גופים אחרים לקבל את מיקומן כפונקציה של הזמן בקלות יחסית.

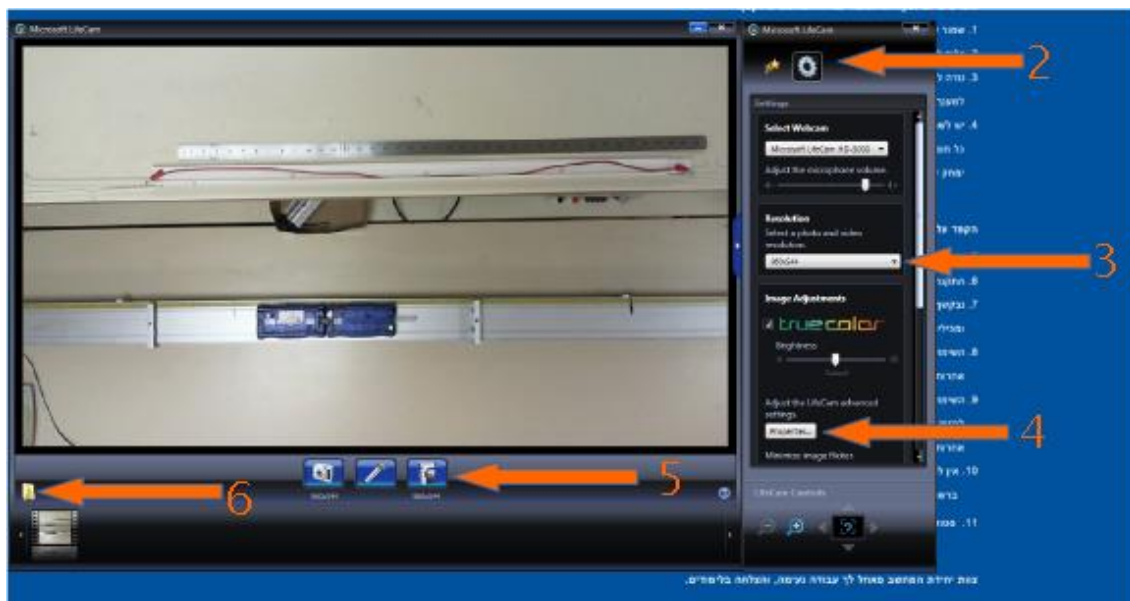
ניתן לצפות בסרטוני הדרכה בעברית (של ברנד סרינג) אודות השימוש בתוכנה בלינק [הזה](#), או לחפש ביוטיוב Tracker Video Analysis, Hebrew או להעזר בתדריך התמציתי שלהלן:

הוראות הפעלה עבור TRACKER

חלק א- צילום הניסוי

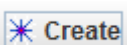


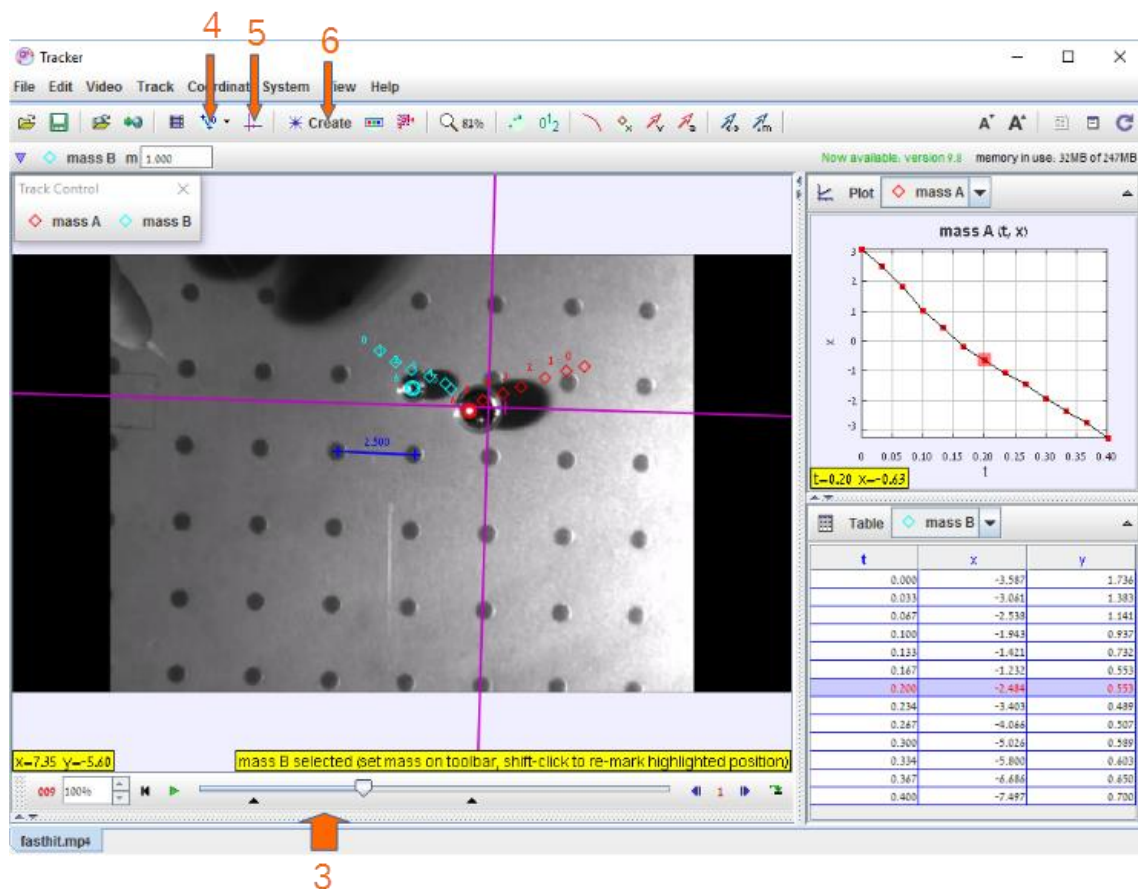
1. הפעל את התוכנה Microsoft Lifecam ע"י הקשה כפולה על הצלמית
2. לחץ על גלגל השיניים (settings)
3. בחר רזולוציה המתאימה לניסוי. הרזולוציה המומלצת היא 960×544
4. לחץ על properties ובטל את הפוקוס האוטומטי
5. להתחלת הקלטת לחץ על הציור של המסרטה. לסיום לחץ שוב באותו מקום.
6. למעבר לספרייה בה נמצא קובץ הסרט לחץ על התיקיה הצהובה. שמור את הקובץ בדיסק-און-קי.



חלק ב: העברת הצילום לתוכנת ה Tracker



1. הפעל את התוכנה Tracker ע"י הקשה כפולה על הצלמית
2. גרור את הסרטון מתוך סייר הקבצים אל חלון ה Tracker. המתן עד שהסרט יטען.
3. בחירת חלון הזמן: תוחמים בסרגל הזמן שבתחתית העמוד בעזרת שני המשולשים השחורים את חלון הזמן הרלוונטי עבור הניסוי. את המשולשים גוררים לנק' ההתחלה ונק' הסיום של קטע הזמן הרלוונטי.
4. יצירת סרגל כיוול. לוחצים על הסמל  שבסרגל הכלים ובוחרים New|Calibration Strick. על המסך יופיע קו כחול ומעליו מספר. ממקמים את הקו הכחול בין שתי נקודות שהמרחק ביניהן ידוע. מקישים הקשה כפולה על המספר שמופיע מעל הקו ורושמים את המרחק בין הנקודות. בכך סיפקתם לתוכנה את המידע הנחוץ לשם המרה בין פיקסלים במישור הצילום למרחק. שימו לב – המרה זו אינה נכונה למרחקים בין נקודות שאינן באותו מישור כמו שתי נקודות הכיוול.
5. בחירת מערכת צירים: לחצו על הסמל  שבסרגל הכלים. על הסרטון תופיע מערכת צירים. ניתן למקם את ראשית הצירים איפה שרוצים ע"י גרירת הראשית. ניתן לסובב את מערכת הצירים ע"י גרירת החלק החיובי של ציר ה x . הקו הקטן שעל ציר ה x מסמן את החלק החיובי של הציר.
6. מעקב אחרי "נקודה". לחץ על  ובחר Point mass. תופיע חלונית קטנה שכותרתה Track Control ויש בה כפתור בשם mass A (או כדומה). ניתן לעקוב אחרי נקודה באופן ידני ע"י החזקת כפתור ה Shift (הסמן משנה צורה לריבוע-מטרה) והקשה על הנקודה או העצם שאחריהם רוצים לעקוב. אחרי ההקשה הסרטון יקודם בframes אחד וניתן לחזור על התהליך. ניתן להפעיל עקיבה אוטומטית ע"י החזקת Ctrl+Shift (הסמן משנה צורה לעיגול מטרה) והקשה על הנקודה שאחריה רוצים לעקוב. יפתח חלון Autotracker ובו ע"י הקשה על Search מפעילים את המעקב האוטומטי. כדי שהמעקב האוטומטי יצליח הנקודה שאחריה עוקבים צריכה להיות נבדלת בצבע שלה מסביבתה. אפשר, למשל, להדביק מדבקה צבעונית על הגוף שאחריו רוצים לעקוב. ניתן להוסיף מעקב אחרי גוף נוסף ע"י חזרה על הסעיף עם Point mass חדשה שניצור.



7. עם סיום המעקב בצד ימין נקבל גרף וטבלא. בגרף ניתן לבחור מה רוצים להציג (איזה גוף ואיזה משתנה מוצג בכל ציר של הגרף). ע"י הקשה על המילה Table ניתן לבחור אילו עמודות יוצגו בטבלא. ניתן לייצא את הטבלא לקובץ או להעתיק את הנתונים לתוכנה אחרת בעזרת העתק-הדבק.

יצוא לקובץ

ע"י File | Export | Data File... מומלץ לבחור All Cells ו Full Precision. אחרי הקשה על Save As יש לבחור שם קובץ וספרייה (רצוי בדיסק-און-קי). צריך להקיש שם קובץ וגם סיומת, מומלץ סיומת txt או dat. את הקובץ המתקבל ניתן לטעון בכל תוכנה להמשך עיבוד נתונים. לכל גוף אחריו עקבנו יש לחזור על התהליך.

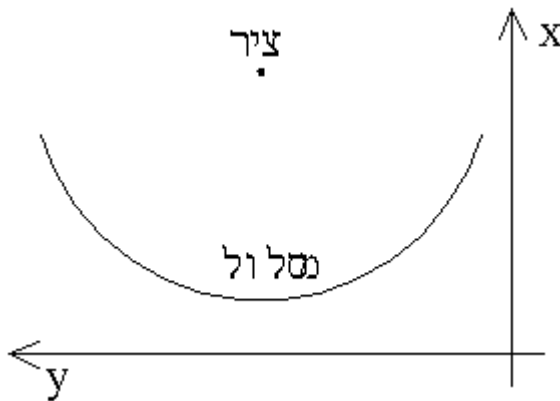
העתק-הדבק

סימון העמודות של הטבלא בעזרת העכבר, הקשה על קליק-ימני ובחירה של Copy Selected Cells->As Formatted. בתוכנת עיבוד הנתונים מדביקים את הנתונים ע"י שימוש ב Ctrl-V

ניסוי מס' 4 - תנועה מעגלית

מטרת הניסוי: התנסות במדידת תנועה במרחב והמחשת מושגים בקינמטיקה.

מתקן לביצוע הניסוי: מוט מוחזק ע"י מסב, שצירו סוטה מהאנך בזווית זעירה. בקצה המוט מודבקת מדבקה צבעונית, שתנוע על קשת מעגלית ותנועתה תרשם באמצעות Tracker.



נמקם את המערכת מול המצלמה כך שהמסלול יראה כך:

מכיוון שהתנועה כמעט אופקית, הגובה z יהיה כמעט קבוע והיטל המסלול על המישור xy , כמעט מעגלי.

תנועת מטוטלת

הקנה שיפוע למישור התנועה ע"י סיבוב קל של ציר המסב. מדוד את השיפוע h/L : h הוא הפרש הגובה בין הקצה העליון והנקודה הנמוכה ביותר שדרכה עובר הקצה התחתון, ו- L , אורך המוט. כוון את הכן שמחזיק את המוט, כך שכאשר המוט בשיווי משקל הוא נמצא במישור xz . שחרר את המטוטלת ממקום מתאים, כך שמסלול המדבקה שעליו יהיה כמעט חצי מעגל, כמתואר בתרשים. חזור על ניסוי זה עבור שלושה שיפועים שונים.

תאוריה

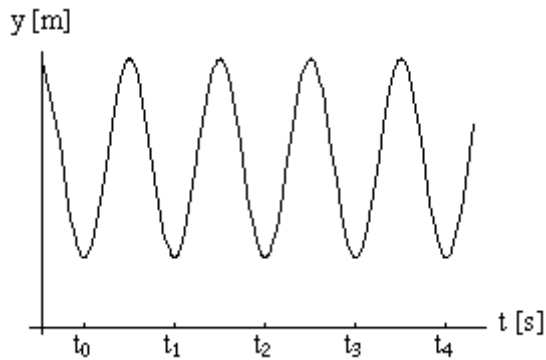
נדון תחילה במטוטלות המתנדנות במישור אנכי.

התאוריה (טרם נלמדה בהרצאות) אומרת שזמן המחזור T גדל במקצת עם המשרעת. עבור המקרה של "מטוטלת מתמטית" (גוף קטן בקצה של חוט נטול מסה), $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$, כאשר המשרעת קטנה ו-

$T = 7.42\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ כאשר התנועה משתרעת על חצי מעגל. כאן ℓ אורך החוט ו- g , תאוצת הכובד. עבור

המוט, $T = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}}$, כאשר המשרעת קטנה ו- $T = 6.06\sqrt{\frac{L}{g}}$ כאשר התנועה משתרעת על חצי מעגל.

נעבור עכשיו למקרה שהתנדודות מתרחשות במישור משופע. המוט הוא גוף קשיח שמפעיל כוח גזירה המקוז את רכיב המשקל המאונך לו, לכן, בביטויים לעיל צריכים להחליף את g ברכיב של g במישור התנועה, כלומר, ב- $\frac{gh}{L}$.



מדידת זמן המחזור

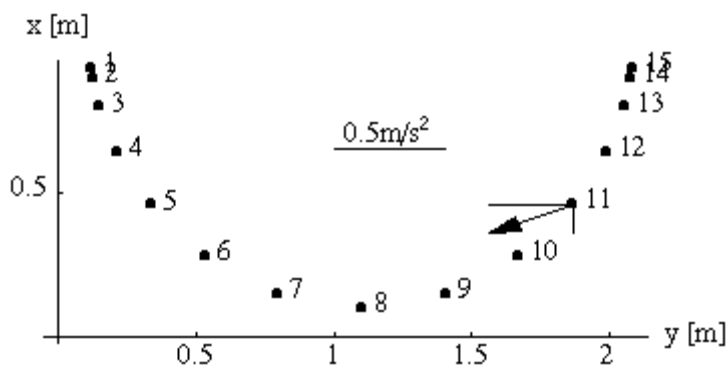
אם אין חיכוך ניכר, תנועת המטוטלת תהיה מחזורית. סרטט את y כפונקציה של הזמן. האם התנועה אכן מחזורית? סמן את הרגעים שבהם מופיעה נקודת היכר של המחזור (למשל, המינימום) כ- $t_0, t_1, \dots, t_N$. כעת ניתן לחשב את זמן המחזור כ- $T = \frac{t_N - t_0}{N}$. תופעות מחזוריות מאפשרות להשיג דיוק רב כי, אם השגיאה ב- $(t_N - t_0)$ הינה Δt , השגיאה ב- T תהיה $\Delta t / N$, ויכולה להיות קטנה מאוד אם N גדול מאוד (לא המקרה הנוכחי).

השוואה לתאוריה

כאשר משנים את השיפוע של מישור התנדודות, זמן המחזור משתנה ביחס ישר ל- $\frac{1}{\sqrt{h}}$ (הגדלים האחרים נשארים קבועים בשלושת הניסויים). לכן, גרף של T כנגד $\frac{1}{\sqrt{h}}$ אמור להיות קו ישר שעובר דרך הראשית. סרטט גרף כזה. מצא את שיפוע הגרף באמצעות גיליון אלקטרוני ובדוק אם הוא תואם את התאוריה.

קינמטיקה

מתוך הנתונים שנרשמו בניסויים לעיל, בחר חצי מחזור, שבו y משתנה מערכו המינימלי עד לערכו המרבי.



צור קובץ חדש המכיל רק חצי מחזור זה. צור טבלה המכילה את המספרים הסידוריים של הנקודות, השיעורים x ו- y , והרכיבים x ו- y של המהירות ושל התאוצה. שמור בטבלה 4 ספרות עשרוניות לפחות. העתק את הטבלה לגיליון אלקטרוני. סרטט את המסלול, כלומר, גרף של x כנגד y . הקפד על התכונות הבאות:

- השתמש באותו קנה המידה בשני הצירים (כלומר, עבור שני הצירים יש אותו היחס בין ס"מ בגרף וס"מ במציאות).
- השאר את הרקע לבן.
- שרטט גרף גדול, ככל שהנייר מאפשר.

לאחר שסרטטת את נקודות המסלול, בחר בארבע נקודות וסרטט בהן (ידנית) את וקטור המהירות. מסרטטים וקטור זה כדלקמן:

בוחרים בקנה מידה. נניח, למשל, שהמהירות המרבית בתחום היא 0.83 m/s ושגודל הגרף מאפשר לנו לצייר בנוחות וקטורים שאורכם המרבי 10 ס"מ על הגרף. במקרה זה, כדאי להחליט שכל ס"מ על הגרף

מייצג 0.1m/s במציאות. אילו המהירות המרבית הייתה 0.21m/s , היינו מחליטים שכל ס"מ על הגרף מייצג 0.02m/s במציאות. שים לב שלקנה המידה של המהירות אין קשר ישיר לקנה המידה של המיקום, שמופיע על הצירים של הגרף.

סרטט קו אופקי, שמייצג את הרכיב y של המהירות (V_y). אחד הקצוות של קו זה יהיה על הנקודה על המסלול ברגע הנדון; אורך ומגמת הקו יצוירו לפי הגודל והסימן של V_y . באותה הדרך, צייר את הרכיב x של המהירות (V_x). הרכב חץ שהיטליו על הכיוון האופקי והאנכי יהיו V_x ו- V_y בהתאמה.

עבור ארבע נקודות אחרות, סרטט את וקטור התאוצה. התרשים מראה דוגמא לסרטוט התאוצה בנקודה שמספרה הסידורי 11, אם באותו הרגע התאוצה הינה $-(0.12\hat{x} + 0.37\hat{y})\text{m/s}^2$. בתוצאות עבור התאוצה יש בדרך כלל הרבה רעש, ולכן מומלץ לקחת את הממוצע עבור 5 נקודות (למשל, עבור הנקודה מס' 11, מומלץ לקחת את ממוצע הנקודות מ- 9 עד 13). לאחר מכן, פרק את הווקטורים שמצאת לרכיבים משיק ומאונך.

תאוריה

כידוע, ווקטור המהירות תמיד משיק למסלול. אם החיכוך זניח, המהירות גדולה יותר כאשר האנרגיה הפוטנציאלית נמוכה. עבור תנועה מעגלית, הרכיב המאונך של התאוצה מצביע אל מרכז המעגל וגודלו נמצא ביחס ישר לריבוע המהירות. עבור מטוטלת מורכבת ממסה בקצה של חוט אידאלי נובע מהחוק השני של ניוטון שהרכיב המשיק של התאוצה שווה להיטל תאוצת הכובד על כיוון המסלול, מכיוון שחוט לא מתנגד לכיפוף. במקרה של המוט, תוצאה זאת לא מתקיימת, כי המוט מפעיל כוחות גזירה; אם זאת, מחוקי התנועה הסיבובית של גופים קשיחים נובע שהרכיב המשיק של התאוצה נמצא ביחס ישר להיטל תאוצת הכובד על כיוון המסלול.

הסק:

האם התקבלו הכיוונים הצפויים עבור המהירות?
 האם הערכים הגדולים יותר של המהירות מתקבלים במקומות הצפויים?
 האם מתקבלת המגמה הצפויה עבור התאוצה המשיקית?
 האם התאוצה המשיקית גדולה יותר במקומות הצפויים?
 האם התאוצה המאונכת גדולה יותר במקומות הצפויים?
 סרטט את V_x כנגד המספר הסידורי ובדוק אם צורת הגרף סבירה. הסבר.

ניסוי מס' 5 - החוק השני של ניוטון

החוק השני של ניוטון מהווה את בסיס המכניקה הקלאסית. לפי חוק זה, אם על גוף בעל מסה M פועל כוח שקול $\vec{F}$, אזי תאוצתו הנה $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{M}$. חוק זה אומר ששני הווקטורים שווים ולכן הוא חל על כל אחד מהרכיבים; למשל, עבור הרכיב x ,

$$a_x = \frac{F_x}{M} \quad (1)$$

על מנת לבדוק באמצעות ניסוי את החוק, נמדוד מסה באמצעות מאזניים, תאוצה באמצעות ה Tracker וכוח באמצעות קפיץ מכויל.

ניסוי קדם למציאת קבוע הקפיץ:

קפיצים שאינם מתוחים או מכווצים יתר על המידה, מקיימים את חוק הוק. לפי חוק זה, מתיחות הקפיץ הנה $T = k(\ell - \ell_0)$. בביטוי זה ℓ הוא אורך הקפיץ, ℓ_0 האורך כאשר הקפיץ רפוי ו- k קבוע שתלוי במבנה הקפיץ. אחת ההנחות בחוק הוק היא שמסת הקפיץ זניחה ולכן יש אותה המתיחות לכל אורך הקפיץ. נמצא את k כדלקמן:

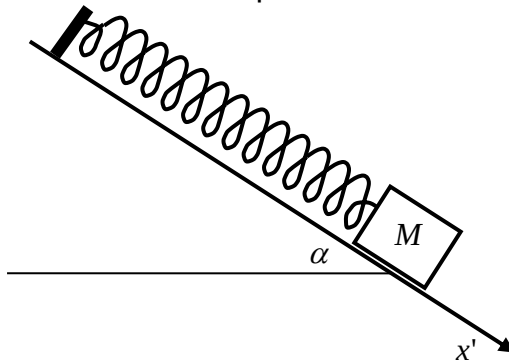
א. תלה את הקפיץ על המתקן המיועד לכך, והוסף משקולות.

ב. מדוד את אורך הקפיץ כפונקציה של המשקל. התחשב רק במדידות המתקבלות כאשר כריכות הקפיץ מופרדות.

ג. סרטט, בעזרת המחשב, גרף של הכוח (משקל, ששווה למתיחות) לעומת האורך. על פי חוק הוק, גרף זה צריך להיות קו ישר ששיפועו k ונקודת החיתוך עם ציר המתיחות היא $-\ell_0$.

הקפד על רישום יחידות בצירים, ועל מציאת אי הוודאות בערך של קבוע הקפיץ. בדוק אם הערך המתקבל עבור ℓ_0 סביר.

בפיתוח התיאורטי נזניח את מסת הקפיץ, לכן חשוב למדוד גם אותה כדי להצדיק הזנחה זו.



תיאור מערכת הניסוי:

בניסוי זה נתלה עגלה בעלת מסה M מהחלק העליון של מסילה בעלת שיפוע α באמצעות קפיץ בעל קבוע k . נסמן ב- x' את הציר בכיוון המסילה. הכוחות בכיוון מאונך ל- x' מתקזזים; אם מזניחים את החיכוך והתנגדות האוויר, הכוח השקול בכיוון x' הנו

$$F_{x'} = Mg \sin \alpha - k(\ell - \ell_0) \quad (2)$$

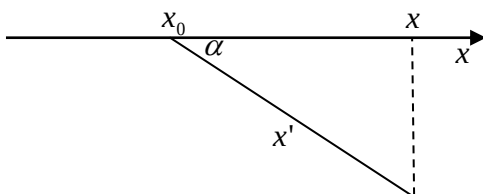
נבחר כראשית הציר x' בנקודה שבה יש שיווי משקל, כלומר, בנקודה זאת $\ell - \ell_0 = \frac{Mg \sin \alpha}{k}$. כאשר העגלה

נמצאת בנקודה x' כלשהי, התארכות הקפיץ הנה $\ell - \ell_0 = \frac{Mg \sin \alpha}{k} + x'$ ולכן

$$F_{x'} = Mg \sin \alpha - k \left(\frac{Mg \sin \alpha}{k} + x' \right) = -kx' \quad (3)$$

את המיקום נמדוד באמצעות ה Tracker. המצלמה המותקנת מעל השולחן מודדת את השיעור האופקי x .

מהתרשים רואים שמתקיים $x' = \frac{x - x_0}{\cos \alpha}$, כאשר x_0 הנו



$$F_{x'} = -k \frac{x - x_0}{\cos \alpha} \quad (4) \text{ מכאן } F_x = -k(x - x_0) \quad (5)$$

בניסוי זה בכוונתנו לבדוק את הקשר (1), כלומר, נצטרך להכיר את הרכיב האופקי של הכוח השקול,

$$F_x = F_{x'} \cos \alpha = -k(x - x_0) \quad (5)$$

ביצוע הניסוי:

הכן מסילה עם שיפוע ע"י כך שתגביה אחד הקצוות בכ-30 ס"מ. חבר עגלה לקצה העליון באמצעות הקפיץ המכיל, כפי שמראה התרשים לעיל. דאג שעל העגלה תהיה מדבקת סימון עבור התוכנה ומספיק משקל כדי שהקפיץ לא יהיה רפוי ולא יגע במסילה. מומלצת מסה של חצי ק"ג עד קילוגרם וחצי.

א. במצב שיווי משקל, צלם תמונה (הכוללת סרגל כיוול) ומדוד את x_0 באמצעותה. מומלץ להסיט את העגלה, פעם כלפי מעלה ופעם כלפי מטה, ולקחת את הממוצע של נקודות ההתייצבות.

ב. הסט בעדינות את העגלה משיווי משקל ושחרר. העגלה תתנוודד סביב נקודת שיווי המשקל. הקפד שהתנוודות לא יהיו גדולות מדי: אסור שהקפיץ יגע במסילה או שהכריכות יגעו בכריכות השכנות. הקלט סרטון הנמשך על פני מספר תנוודות. טען את הסרטון בתוכנת Tracker, צור סרגל כיוול, מערכת צירים ונקודת מסה, ועקוב אחרי מיקום העגלה (אפשרי ע"י מעקב אוטומטי אחרי המדבקה המופעל באמצעות ctrl-shift וקליק על איזור המדבקה) ג. סרטט גרפים של x ושל a_x כפונקציות של הזמן.

ד. הכן טבלה של ערכי x ו- a_x . רשו את הערכים במחשב.

ה. העזר בקשר (5) על מנת לייצר עמודה חדשה עבור F_x .

ו. סרטט גרף של a_x כנגד F_x . העבר קו מגמה לינארי. קבל את שיפוע הקו ואת נקודת החיתוך עם ציר ה-" y " ואת אי-הוודאות בערכים אלו. השווה את התוצאות עם הקשר (1).

כמו בכל ניסוי, הסק מסקנות.

ניסוי מס' 6 - סימולציית תנועה בגיליון אלקטרוני

המהירות היא הנגזרת של המיקום. עבור הרכיב x , $v_x = \frac{dx}{dt}$; מכאן שהשינוי ב- x הוא $dx = v_x dt$. אם

נסמן ב- x_i את הערך של x ברגע t_i וב- x_{i+1} את הערך של x כעבור זמן dt , נקבל

$$x_{i+1} = x_i + v_{x,i} dt \quad (1)$$

ובאותה הדרך

$$y_{i+1} = y_i + v_{y,i} dt \quad (2)$$

לפי החוק השני של ניוטון, השינוי dv_x של v_x קשור לרכיב F_x והמסה m של הגוף ע"י $dv_x = \frac{F_x}{m} dt$,

כלומר,

$$v_{x,i+1} = v_{x,i} + \frac{F_{x,i}}{m} dt \quad (3)$$

ובאותה הדרך

$$v_{y,i+1} = v_{y,i} + \frac{F_{y,i}}{m} dt \quad (4)$$

אם אנחנו מכירים את המיקום והמהירות ברגע ההתחלתי $i=0$, ומכירים את הכוח שפועל על הגוף בכל רגע, נוכל להפעיל את הקשרים (1)-(4) N פעמים, וכך נכיר את המיקום והמהירות ברגע $t_N = Ndt$. בהמשך, נתרגל שיטה זאת עבור מספר כוחות פשוטים.

תנועה בליסטית

במקרה זה אין כוח אופקי, $F_x = 0$; יש רק משקל כלפי מטה, $F_y = -mg$. ניקח מטר ושניה כיחידות, וניקח $g = 9.8$ ביחידות אלה. נדון בקליע שנורה מהראשית במהירות התחלתית $14\hat{x} + 7\hat{y}$ ביחידות אלה.

אין אפשרות מעשית לקחת זמן dt אינפיניטסימאלי, כך שעלינו להסתפק בפרק זמן שהוא מספיק קצר לעומת הזמנים שבהם המהירות או הכוח משתנים באופן מהותי. בדוגמה זאת ניקח $dt = 0.01s$.

	E	D	C	B	A	
1	$v_y[m/s]$	$v_x[m/s]$	$y[m]$	$x[m]$	$t[s]$	
2	7	14	0	0	0	
3	$=E2-9.8*0.01$	$=D2$	$=C2+E2*0.01$	$=B2+D2*0.01$	$=A2+0.01$	

פתח גיליון אלקטרוני. בשורה הראשונה, רשום כותרות. בשורה השניה, רשום את התנאים ההתחלתיים. בשורה השלישית, רשום את הקשרים (1)-(4), כלומר, בטא את הזמן, המיקום והמהירות ברגע $t = 1*dt$, באמצעות הערכים שהיו ברגע $t = 0*dt$.

ברצוננו לנתח את התנועה במשך 3 שניות, כלומר, עד לרגע $300dt$. לשם כך, עלינו להעתיק את הקשרים שבשורה 3 עד לשורה מס' 302. עושים זאת כדלקמן:

- צבע את השורה 3
- לחץ $Ctrl+C$ (העתק)
- בפינה השמאלית של השורה שמעל לאותיות הגיליון רשום "A4..A302" ולאחר מכן לחץ Enter
- לחץ $Ctrl+V$ (הדבק)

אחרי שהערכים של המיקום והמהירות בפרק הזמן $0 \leq t \leq 3s$ נמצאים ברשותך, צייר והדפס את המסלול, כלומר, גרף של y כנגד x .

חזור על הניתוח עבור המקרה שיורים את הקליע בזווית אחרת: ניקח עכשיו מהירות התחלתית $7\hat{x} + 14\hat{y}$. כל מה שעלינו לעשות הוא לשנות את הערכים ההתחלתיים בשורה השניה; הגיליון האלקטרוני יעדכן את כל הערכים האחרים ואת הגרף באופן אוטומטי. באיזה משני המקרים הקליע פוגע בקרקע במרחק גדול יותר מהראשית?

צמיגות

נחזור לבעיית הקליע, אך הפעם לא נזניח את התנגדות האוויר. האוויר מפעיל כוח $\vec{F}_{\text{צמיגות}} = -\beta \vec{v}$. נניח שצורת ומסת הקליע הם כאלה ש- $\beta = 0.5s^{-1}$. עקב הכוח החדש, עלינו לתקן את הנוסחה שממנה מתקבלת המהירות. בתא D3 עלינו לכתוב "D2-0.5*D2*0.01" ובתא E3 יש לעשות תיקון דומה. לאחר עדכון הנוסחאות בשורה 3, עליך להעתיק נוסחאות אלה לכל המשך הגיליון. עבור איזו זווית הקליע מגיע רחוק יותר הפעם?

לווין

לווין בעל מסה m חג סביב גוף שמימי בעל מסה M . ניקח את ראשית הצירים בגוף השמימי. לפי חוק הגרביטציה, תאוצת הלווין תהיה

$$\frac{\vec{F}}{m} = -\frac{GM\vec{r}}{r^3} = -\frac{GM(x\hat{x} + y\hat{y})}{r^3}$$

ניקח שעה כיחידת זמן, 10^3 km כיחידת אורך, ונניח שמסת הגוף השמימי מתאימה ל- $GM=2$ ביחידות אלה. נתון שברגע ההתחלתי הלווין נמצא ב- $(x,y)=(0,1.8 \times 10^3 \text{ km})$ ונע במהירות $0.8\hat{x} + 0.5\hat{y}$. ביחידות שבחרנו. ניקח $dt=0.03$ שעות ונחקור פרק זמן של 9 שעות.

לפני ניתוח בעיה זאת, נרצה לשפר את המשוואות (1)-(4). משוואות אלה מדויקות אם dt אינפניטסימלי. אם dt לא אינפניטסימלי, המהירות והתאוצה לא נשארות קבועות במשך כל פרק הזמן. מכאן, שבמקום לקחת את המהירות או התאוצה בהתחלת הפרק, היה עדיף לקחת את הממוצע בין ההתחלה והסוף. מסתבר (לא נוכיח כאן) שאפשר לקבל תוצאות טובות אם לוקחים את התאוצה בהתחלת הפרק והמהירות בסופו, כלומר, (3) ו- (4) נשארים בתוקף אך מחליפים (1) ו- (2) ב-

$$x_{i+1} = x_i + v_{x,i+1} dt \quad (1')$$

$$y_{i+1} = y_i + v_{y,i+1} dt \quad (2')$$

שורת הנוסחאות בבעיה זאת תראה כך:

$=D2-2*B2*0.03/(B2^2+C2^2)^{1.5}$	$=C2+E3*0.03$	$=B2+D3*0.03$	$=A2+0.03$
-----------------------------------	---------------	---------------	------------

(העמודה E לא מוצגת כאן מפאת חוסר מקום.)

כמו בבעיות הקודמות, חשב, סרטט והדפס את המסלול. ע"מ להעריך טוב יותר את צורת המסלול, רצוי שקנה המידה יהיה שווה בשני הצירים.

קצת דמיון

נניח עכשיו שאלוהים ממנה אותנו לאחראיים לענייני גרביטציה ואנחנו מחליטים על כוח משיכה שצורתו

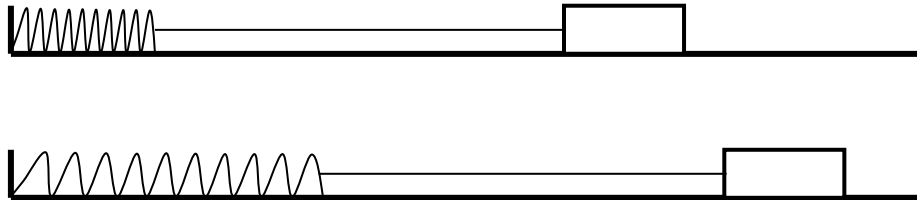
$$\frac{\vec{F}}{m} = -\frac{GM\hat{r}}{r} = -\frac{GM\vec{r}}{r^2}$$

עם אותם הנתונים של השאלה הקודמת, איך יראה הפעם המסלול? הפעם רצוי לא להסתפק ב- 9 שעות, אלא לחקור 27 שעות.

ניסוי מס' 7 - חיכוך

מטרת הניסוי: למדוד את כוח החיכוך ולבדוק אם כוח זה תלוי בגודל שטח המגע בין הגופים.

נתונה תיבת עץ ששתיים מפאותיה מצופות בבד. התיבה קשורה באמצעות חוט אל קפיץ אשר בצידו השני מחובר אל המסילה (ראה תרשים)



כאשר מזיזים את התיבה ימינה, הקפיץ נמתח. שחרור התיבה גורם לתנועתה לאורך קטע מסוים. לצורך ביצוע ניסוי זה, נדאג שהמתיחה תהיה מספיק גדולה כדי שהתיבה תתחיל לנוע, אך לא גדולה עד כדי כך שהחוט יהיה רפוי לאחר העצירה. על מנת לחשב את כוח החיכוך F נעזר במשפט האומר שהשינוי באנרגיה המכנית (במקרה זה האנרגיה האלסטית של הקפיץ $\frac{1}{2}kx^2$, היכן ש- k קבוע הקפיץ ו- x התארכותו) שווה לעבודה המתבצעת ע"י עבודת הכוחות הלא-משמרים (במקרה זה עבודת החיכוך). אם ההתארכות ההתחלתית היא x_1 וההתארכות הסופית x_2 , נקבל $\frac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2) = F(x_2 - x_1)$ ומכאן $F = \frac{1}{2}k(x_2 + x_1)$.

שאלה: האם F הוא כוח חיכוך סטטי או קינטי?

מהלך הניסוי:

1. רשום את מיקום התיבה (או של קצה הקפיץ) כאשר הקפיץ רפוי. ההתארכויות יימדדו ביחס לנקודה זאת.
2. חקור באופן איכותי את תחום ההתארכויות ההתחלתיות שמאפשר ביצוע הניסוי.
3. מדוד את קבוע הקפיץ (או קבל אותו מהמדריך במקרה של חוסר זמן).
4. הנח את התיבה על אחת הפאות והזז את התיבה כך שהקפיץ יימתח בלי לצאת מתחום האלסטיות שלו ומהתחום שמצאת בסעיף 2. מדוד את התארכות הקפיץ.
5. שחרר את התיבה ומדוד את ההתארכות לאחר העצירה.
6. חזור על השלבים 4-5 עוד מספר פעמים בלי לשנות פאה והתארכות הקפיץ. מדוע יש צורך לבצע את הניסוי מספר פעמים? אם הפאה מצופה בבד, הברש את הבד לפני כל החלקה, כדי שכל המדידות יהיו באותם התנאים. חשב את הערך הממוצע של ההתארכות הסופית, חשב את כוח החיכוך ואמוד את השגיאה הניסויית.
7. חזור על הסעיפים 4-6 עבור התארכות התחלתית שונה. האם מתקבל אותו כוח חיכוך בתחום השגיאה? האם ניתן מפה להסיק משהו לגבי תלות כוח החיכוך במהירות?
8. חזור על סעיפים 4-6 עם הפאה השנייה מאותו החומר.
9. השווה את התוצאות שהתקבלו בסעיפים 6 ו-8. מה המסקנה?
10. חזור על סעיפים 4-7 עם פאה מהחומר השני.

דו"ח מעבדה לניסוי חיכוך

מגישים: _____ ת.ז. _____ חתימה: _____
מגישים: _____ ת.ז. _____ חתימה: _____

מחלקה: _____

תאריך ביצוע: _____

תאריך הגשה: _____

מטרת הניסוי: למדוד את כוח החיכוך ולבדוק האם כוח זה תלוי בגודל שטח המגע בין הגופים.

רקע תיאורטי

יש שני סוגי חיכוך: חיכוך קינטי, כאשר גוף מחליק על פני משטח, וחיכוך סטטי, כאשר הגוף מנסה להחליק, אבל בפועל אין החלקה. בניסוי זה נבצע מדידות שמתייחסות רק לפרקים שבהם החיכוך מבצע עבודה ולכן הגוף חייב להיות בתנועה. בפרקים אלה החיכוך הנו קינטי. כוח החיכוך הקינטי שווה

$$f = \mu N$$

N – כוח נורמאלי, כוח שבו הגוף נצמד למשטח
 μ – מקדם החיכוך הקינטי, שתלוי בסוג החומרים מהם עשויים המשטחים ובמידת העיבוד שלהם

כיוונו של כוח החיכוך הוא כזה שהוא מעכב את התנועה היחסית בין הגופים. כוח החיכוך הקינטי הוא כוח לא-משמר ולכן עבודתו שווה לשינוי באנרגיה המכאנית (בהנחה שכוח החיכוך הוא הכוח הלא-משמר היחיד שמבצע עבודה). מכאן:

$$f(x_2 - x_1) = \frac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2)$$

$$(1) \quad f = \frac{1}{2}k(x_2 + x_1)$$

השערה

כוח חיכוך איננו תלוי בגודל שטח המגע.

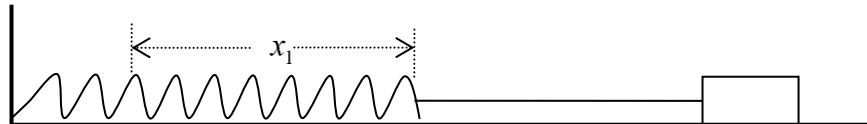
מהלך הניסוי ותוצאותיו

לקחנו תיבת עץ ששתיים מפאותיה מצופות בבד. שטח הפאה הרחבה גדול פי שתיים מזה של הפאה הצרה. הנחנו את התיבה על הפאה המצופה הרחבה, קשרנו אותה באמצעות חוט קל אל קפיץ שקבועו $k = (3.16 \pm 0.04) \frac{N}{m}$ נתון.

את הצד השני של הקפיץ קשרנו אל המסילה. אל התיבה הצמדנו מסה של כ- 250gr כדי להגדיל את כוח החיכוך.

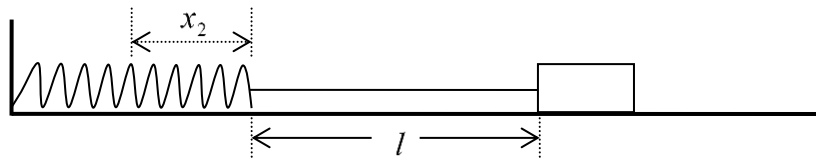


אחרי מדידת אורכו של הקפיץ הרפוי הזזנו את התיבה ימינה וכתוצאה מכך הקפיץ התארך. מדדנו את האורך של הקפיץ המתוח, הפחתנו ממנו את אורכו של הקפיץ הרפוי והתוצאה (x_1 - התארכות הקפיץ) רשמנו בטבלה.



אחרי ששחררנו את התיבה, היא נעה שמאלה עד שנעצרה. דאגנו שהקפיץ יישאר מתוח גם אחרי שהתיבה נעצרה. מדדנו את התארכות הקפיץ אחרי שהתיבה נעצרה

- x_2 .



ישנם גורמים אקראיים המשפיעים על הערך x_2 , לכן ביצענו את הניסוי מספר פעמים.

חזרנו על התהליך, עם אותה פאה של התיבה, עבור x_1 שונה.

כמו כן, חזרנו על התהליך אחרי שהנחנו את התיבה על פאה מצופה אחרת

וגם עם פאה לא מצופה.

התוצאות מרוכזות בטבלה שלהלן.

	פאה לא מצופה		פאה מצופה צרה		פאה מצופה רחבה		פאה מצופה רחבה	
	התארכות ראשונית קטנה		התארכות ראשונית גדולה		התארכות ראשונית קטנה		התארכות ראשונית קטנה	
	$x_1(m)$	$x_2(m)$	$x_1(m)$	$x_2(m)$	$x_1(m)$	$x_2(m)$	$x_1(m)$	$x_2(m)$
	0.400	0.080	0.460	0.036	0.400	0.08	0.300	0.081
	0.400	0.085	0.460	0.037	0.400	0.075	0.300	0.078
	0.400	0.080	0.460	0.032	0.400	0.075	0.300	0.070
	0.400	0.082	0.460	0.030	0.400	0.083	0.300	0.080
	0.400	0.083	0.460	0.045	0.400	0.080	0.300	0.073
	0.400	0.087	0.460	0.047	0.400	0.075	0.300	0.075
	0.400	0.078	0.460	0.045	0.400	0.073	0.300	0.075
$\bar{x}(m)$	0.400	0.082	0.460	0.039	0.400	0.077	0.300	0.076
סטיית תקן		0.003		0.007		0.004		0.004
$\Delta x(m)$	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002
$f(N)$		0.76		0.79		0.75		0.59
$\Delta f(N)$		0.02		0.03		0.02		0.02

הערכת שגיאה ב- x_1 : התארכות הקפיץ חושבה כהפרש בין אורך הקפיץ המתוח לאורך הקפיץ הרפוי. שני האורכים נמדדו באמצעות סרגל עם שגיאה של $0.001m$ בכל אחת מהם ולכן השגיאה ב- x_1 שווה $0.002m$ (סכום שתי השגיאות).

שגיאה ב- x_2 : יש שגיאה אקראית ולכן חישובנו (באמצעות Excel) את סטיות תקן. היות ובצענו 7 מדידות, הערכנו את השגיאה בממוצע כסטיות התקן חלקי $\sqrt{7}$. היות ויש גם שגיאה שנובעת ממדידת המיקום, כאשר השגיאה האקראית בממוצע היתה פחות מ- $0.002m$ הערכנו את השגיאה ב- x_2 כ- $0.002m$.

כוח החיכוך חושב לפי נוסחה (1). השגיאה בכוח החיכוך היא שגיאה נגררת וחושבה בהתאם. החישוב בהמשך הוא עבור הפאה המצופה הרחבה והתארכות ראשונית קטנה; עבור המקרים האחרים החישוב דומה.

$$\Delta f = \left| \frac{\partial f}{\partial k} \Delta k \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 \right| = \frac{\Delta k}{2} (x_1 + x_2) + \frac{k}{2} (\Delta x_1 + \Delta x_2) =$$

$$= \frac{0.04}{2} (0.4 + 0.082) + \frac{3.16}{2} (0.002 + 0.002) = 0.02N$$

בסיכום, ערכי כוח החיכוך שהתקבלו בניסוי הם:

עבור הפאה המצופה הרחבה והתארכות ראשונית קטנה	$f_1 = (0.76 \pm 0.02)N$
עבור הפאה המצופה הרחבה והתארכות ראשונית גדולה	$f_2 = (0.79 \pm 0.03)N$
עבור הפאה המצופה הצרה והתארכות ראשונית קטנה	$f_3 = (0.75 \pm 0.02)N$
עבור הפאה הלא-מצופה הרחבה	$f_4 = (0.59 \pm 0.02)N$

מסקנות הניסוי

ע"מ לבדוק אם כוח החיכוך תלוי בגודל שטח המגע, משווים את f_1 ואת f_3 . מקבלים $f_1 - f_3 = (0.01 \pm 0.04)N$, כלומר, הם שווים בתחום השגיאה. מכאן מסיקים **שכוח החיכוך איננו תלוי בשטח מגע בין הגופים**. שינוי שטח המגע בין התיבה והמסילה לא גרם לשינוי בכוח החיכוך מעבר לתחום השגיאה. ע"מ לבדוק אם כוח החיכוך תלוי במהירות היחסית בין הגופים, משווים את f_1 ואת f_2 . מקבלים $f_1 - f_2 = (-0.03 \pm 0.04)N$, כלומר, הם שווים בתחום השגיאה. מכאן מסיקים **שכוח החיכוך איננו תלוי במהירות היחסית בין הגופים**. שינוי ההתארכות התחלתית של הקפיץ גרם לשינוי מהירות של התיבה אך לא לשינוי כוח החיכוך מעבר לתחום השגיאה. השוואת f_4 עם יתר ערכי כוחות החיכוך מראה ההפרש ביניהם גדול בהרבה מהשגיאה הניסויית ולכן כוח חיכוך משתנה עם שינוי אחד החומרים המתחככים.

הצעות לשיפור התוצאות

לנקות היטב את המשטחים מחומרים וגופים זרים. אין צורך להגדיל את מספר המדידות, כי השגיאה האקראית ב- x_2 קטנה מהשגיאות האחרות. אם איזון המסלול אינו מושלם, זה ישפיע על ערכי החיכוך שמצאנו, אך לא על ההשוואה ביניהם.

אם קבוע הקפיץ אינו מדוייק, זה ישפיע על ערכי החיכוך שמצאנו, אך לא על ההשוואה ביניהם.

ניסוי מס' 8 - אנרגיה פוטנציאלית של שדה כוח

תאור הניסוי: בניסוי זה עגלה יכולה לנוע על מסלול ישר משופע. לעגלה מוצמד מגנט, שנדחה אל הצד העליון של המסלול ע"י מגנט אחר.

רקע תאורטי: נגדיר את המסלול כציר x . הראשית תבחר על נקודה כלשהי על המסלול והמגמה החיובית תבחר בכיוון העליה. x יימדד בין הראשית לבין נקודה קלה לזיהוי על העגלה. בדרך כלל מודבק כבר על המסלול סרט מדידה שמאפשר לקרוא את x .

שים לב: מטרת ניסוי זה איננה לחקור את הכוח בין מגנטים, אלא הקשר הכללי בין כוח ואנרגיה פוטנציאלית. לכן, x לאו דווקא נמדד מהמגנט הנייח, אלא מהראשית על סרט המדידה (בסרטים שלנו, בקצה המסלול). לא יעניין אותנו אם הכוח על העגלה מופעל ע"י המגנט שלנו, ע"י המגנט של השכן, או ע"י השמש. יהי $\vec{F}$ הכוח המופעל על העגלה. הרכיבים של $\vec{F}$ שאינם בכיוון המסלול יקוזזו ע"י המסלול, כך שרק הרכיב F_x ישרוד. מכיוון שבניסוי זה אין חשש לבלבול עם רכיבים אחרים, נסמנו פשוט באות F .

השם "שדה כוח" ניתן לכוח שהינו פונקציה של המיקום. היות והכוח המגנטי תלוי במרחק בין המגנטים, F תלוי ב- x ויהיה "שדה". בממד אחד, אם שדה תלוי רק במיקום (כלומר, אם F תלוי רק ב- x), הוא משמר וניתן להגדיר עבורו אנרגיה פוטנציאלית. במקרה הנוכחי נכנה אותה "אנרגיה פוטנציאלית מגנטית" ונסמנה באות U .

במקרה החד-ממדי האנרגיה הפוטנציאלית במקום x_1 מוגדרת ע"י

$$(1) \quad U(x_1) = - \int_{x_0}^{x_1} F(x) dx$$

הנקודה $x = x_0$ נקראת "נקודת הייחוס" וניתן לבחור בה באופן רצוני.

מטרות הניסוי:

- א. למדוד שדה כוח לא ידוע.
- ב. למדוד את האנרגיה הפוטנציאלית של שדה זה.
- ג. לבדוק אם הכוח והאנרגיה הפוטנציאלית הן "למקיימים את הקשר (1)".

מדידת הכוח:

על מנת להיפטר מכוח החיכוך, הניסוי מתבצע על מסלול אוויר. מסלול אוויר הינו צינור חלול בעל חתך משולש. משאבה דוחסת אוויר לתוך המסלול והאוויר קולח דרך חורים קטנים בדפנות. אם מניחים עגלה על המסלול והיא תקינה ומאוזנת, היא תצוף על שכבת אוויר דחוס, כך שהיא לא תיגע במסלול ותוכל לנוע כמעט ללא חיכוך.

הרכב מגנט גדול בקצה התחתון של המסלול ומגנט קטן על העגלה, כך שתהיה דחייה ביניהם. על מנת שהעגלה תהיה מאוזנת, הרכב מגנט נוסף או גוש פלסטלינה בצד הנגדי של העגלה. נמצא את $F(x)$ ע"י השוואתו לכוח ידוע, במקרה זה, המשקל. מדוד את מסת העגלה (עם המגנט מורכב) וחשב את המשקל.

יוצרים שיפוע θ למסלול ע"י כך שמגביהים אחת מרגליות התמיכה של המסלול בגובה h . פעולה זאת גורמת לשיפוע $\sin \theta = \frac{h}{L}$, היכן ש- L הינו המרחק בין הרגליות. מניחים את העגלה על המסלול ונותנים לה להתייצב (אפשר "לעזור לה" להתייצב). בנקודה $x = x_2(\theta)$ שבה העגלה מתייצבת, יש שיווי משקל, כלומר, בהנחה שאין חיכוך, הכוח המגנטי מאוזן ע"י רכיב המשקל בכיוון x , דהיינו

$$(2) \quad F(x_2) = Mg \sin \theta = Mg \frac{h}{L}$$

כאן Mg משקל העגלה.

רצוי להתחיל משיפוע קטן, על מנת שתחום המדידה של $F(x)$ ישתרע עד לערכים גדולים של x . לאחר שמדדת את נקודת שיווי המשקל, הסר את ההגבלה, הרכב אותה מחדש, ובדוק אם העגלה חוזרת להתייצב על אותה הנקודה. אם יש סטייה ניכרת, סימן שהתחלת משיפוע קטן מדי עבור האמצעים העומדים לרשותך. חזור על המדידה $x_2(h)$, כל פעם עבור שיפוע אחר. הגדל את השיפוע כך שכל פעם x_2 גדל בין שליש לחצי ס"מ. בדרך כלל ההגבלות יהיו בתחום $0.3\text{cm} \leq h \leq 5\text{cm}$.

רשום על גיליון אלקטרוני עמודות ל- x_2, h ו- $F = Mgh/L$ וסרטט גרף של F כנגד x . ניתן להעביר קו מגמה חלק באמצעות רב-איבר של כ-4 או 5 איברים (אם לקו המגמה יש תנודות או אם לאיבר המוביל מקדם קטן מאוד, הורד את מספר האיברים). לעיתים קרובות מתקבלת התאמה טובה יותר באמצעות קו מגמה בצורת חזקה. שים לב, שברגע שיש לנו גרף של $F(x)$, אנחנו מכירים את שדה הכוח שפועל על העגלה עבור כל מיקום x בתחום המדידות, ולא רק עבור נקודות שיווי המשקל $x = x_2$ שבהן מדדנו את הכוח.

מדידת האנרגיה הפוטנציאלית המגנטית:

גם את $U(x)$ נמצא ע"י השוואה לאנרגיה ידועה (האנרגיה הכובדית). נבחר בנקודת הייחוס x_0 בתוך התחום שבו קיבלנו מדידות עבור $F(x)$. עדיף לבחור במספר עגול, קרוב יותר לקצה התחום הקרוב למגנט הקבוע. (למשל, אם יש לנו מדידות עבור הכוח בתחום $11.7\text{cm} \leq x \leq 18.2\text{cm}$, אפשר לקחת $x_0 = 14\text{cm}$). ניקח את x_0 גם כנקודת הייחוס של האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית.

הקנה למסלול שיפוע, הנח את העגלה על x_0 ושחרר אותה. אם $F(x_0) > Mg \sin \theta$, העגלה תעלה בהתחלה, אך ככול שהעגלה עולה $F(x)$ נחלש, ותהיה נקודת מפנה x_1 שבה העגלה תתחיל לחזור. מכיוון שקרוב ל- x_1 העגלה נעה

באטיות, אפשר, עם קצת אימון, לקרוא את x_1 .

ברגע השחרור, האנרגיה הקינטית ושתי

האנרגיות הפוטנציאליות הינן 0, כך שכל

האנרגיה מתאפסת. בהנחה שהחיכוך והתנגדות

האוויר זניחים ו- $F(x)$ הוא כוח משמר,

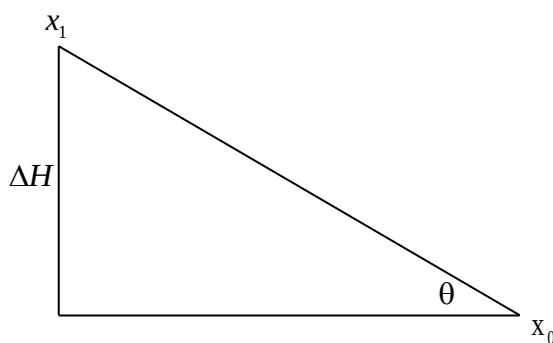
האנרגיה תהיה עדיין 0 כשהעגלה

תגיע ל- x_1 . היות והמהירות מתאפסת

בנקודה זאת, יוצא ש- $U(x_1)$ שווה למינוס האנרגיה הכובדית, כלומר

$$(3) \quad U(x_1) = -Mg\Delta H = -Mg(x_1 - x_0) \sin \theta = \frac{Mgh(x_0 - x_1)}{L}$$

(ראה איור). אם $F(x_0) < Mg \sin \theta$, נקודת המפנה תהיה מתחת ל- x_0 , אך הקשר (3) נכון גם במקרה זה.



חזור על ניסוי זה עבור מספר שיפועים. דאג שהשיפועים יהיו כאלה שתחום הערכים שיתקבל עבור נקודות המפנה x_1 יהיה חופף לתחום הערכים שהתקבל עבור הנקודות x_2 בסעיף הקודם. רצוי שיהיו לפחות שלושה שיפועים שעבורם העגלה עולה ושלושה שעבורם העגלה יורדת.

ערוך טבלה של h , x_1 ו- $U = Mgh(x_0 - x_1)/L$. אל תכלול מדידות שבהן נקודת המפנה חורגת בהרבה מתחום המקומות שבהם $F(x)$ נמדד. סרטט גרף של האנרגיה הפוטנציאלית U כנגד המיקום, והעבר קו חלק. שים לב, שברגע שיש לנו גרף של $U(x)$, אנחנו מכירים את האנרגיה הפוטנציאלית עבור כל מיקום x , ולא רק עבור נקודות המפנה $x = x_1$ שבהן היא נמדדה.

בדיקת התאוריה:

בחר ב- 5 נקודות x_i , $i=1,2,3,4,5$. אחת הנקודות תבחר ב- x_0 . עוד שתי נקודות תבחר בקצוות של התחום שבו יש מדידות עבור $F(x)$. את שתי הנקודות הנוספות תבחר כך שתשיג פריסה פחות או יותר אחידה ונוחה.

עבור כל נקודה x_i , חשב את האנרגיה הפוטנציאלית לפי המשוואה (1) $U_{th}(x_i) = -\int_{x_0}^{x_i} F(x)dx$ לפי אחת

השיטות לאינטגרציה גרפית שלמדנו (שטח טרפזים וספירת משבצות, מדידת מסה, אינטגרל של קו המגמה). על מנת להעריך את השגיאה הניסויית ב- $U_{th}(x_i)$, רצוי ש- U_{th} תחושב באופן עצמאי ע"י מספר סטודנטים בקבוצה, ואז אפשר לחשב את סטיית התקן.

העלה את הנקודות שקיבלת עבור $U_{th}(x_i)$ על הגרף של $U(x)$ שהתקבל בסעיף הקודם. האם יש התאמה בין הערכים המדודים והערכים התאורטיים?

ניסוי מס' 9 - תנע ומרכז מסה

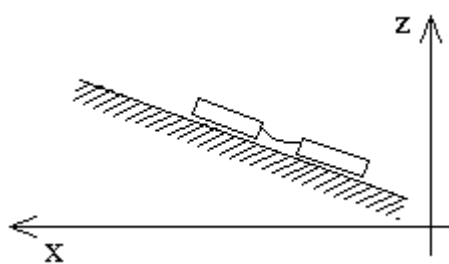
התנגשות בממד אחד

הכן מסלול מאוזן ועליו שתי עגלות עם מגנטים שדוחים זה את זה. הוסף משקולת לאחת העגלות, ע"מ שמסותיהן יהיו שונות זו מזו. התאמן כך שתוכל להקנות לאחת העגלות (או לשתייהן) מהירות מתאימה, שתגרום לשתי העגלות להתקרב זו לזו ולאחר מכן להתרחק, בלי שתהיה נגיעה. באמצעות ה Tracker מדוד את מהירויות העגלות כפונקציה של הזמן. מדוד את מסות העגלות.

ניתוח תוצאות

- א. סרטט גרף משותף של מהירויות העגלות כפונקציה של הזמן. כאשר העגלות רחוקות זו מזו והשפעת המגנטים קטנה, מהירויותיהן אמורות להיות קבועות; היות ורוצים להתמקד בפרק הזמן שבו העגלות היו קרובות, שמור רק על קטעים קצרים שבהם המהירויות קבועות. מגרף זה הסק באיזה רגע העגלות היו קרובות ביותר זו לזו ואת מהירות מרכז המסה של המערכת המורכבת משתייהן.
- ב. בעזרת גיליון אלקטרוני, סרטט גרף משותף של התנע של כל אחת מהעגלות ושל כל המערכת כפונקציה של הזמן. העבר קו מגמה לינארי עבור התנע הכולל ומצא את השיפוע ואת השגיאה בשיפוע של קו זה. הסק האם פעלו על המערכת כוחות חיצוניים. האם התנע הכולל מתאים לערך מהירות מרכז המסה שנמצא בסעיף הקודם?
- ג. סרטט גרף משותף של האנרגיה הקינטית של כל אחת מהעגלות ושל כל המערכת כפונקציה של הזמן. השווה בין האנרגיה הקינטית ההתחלתית והסופית של כל המערכת והסק אם היו כוחות לא-משמרים שפעלו על המערכת. האם האנרגיה הקינטית הכוללת נשארת קבועה כאשר העגלות קרובות? מדוע?

תנועת מרכז המסה



על מסלול משופע ממקמים 2 עגלות, זו אחרי זו. העגלות מחוברות ביניהן באמצעות גומייה שאורכה כ- 20 ס"מ. הוסף משקולת לאחת העגלות, ע"מ שמסותיהן יהיו שונות זו מזו.

לאחר קצת אימון, ניתן לגרום לתנועה כדלקמן: דוחפים את העגלות כלפי מעלה; העגלות עולות לאורך המסלול, מגיעות קרוב לקצה העליון ויורדות. גם בזמן העלייה ובזמן הירידה הגומייה מתארכת ומתקצרת והעגלות מתנגשות זו בזו. בנוסף, בעגלות מורכבים מגנטים הגורמים לדחייה הדדית.

ניתוח התנועה של כל עגלה קשה למדי, כי מעורבים כוחות שאין לנו מספיק מידע עליהם: הכוח המגנטי, כוח בזמן ההתנגשות ומתיחות הגומייה. לעומת זאת, אם נתייחס לשתי העגלות כמערכת, כוחות אלה יהיו פנימיים ונצטרך להתחשב רק במשקל ובכוח ההעקה של הספסל, שהם ידועים ופשוטים.

הכנה תאורטית: הראה שהתאוצה של מרכז המסה בניסוי זה שווה לתאוצה של עגלה אחת בלבד (לא חשוב מה מסתה), שעולה או יורדת על אותו המסלול. הזנח את החיכוכים למיניהם.

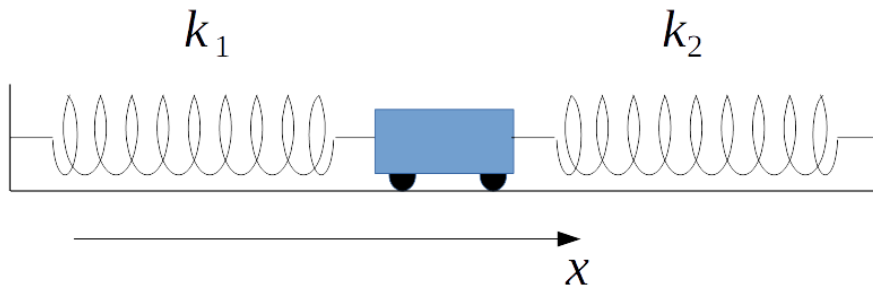
ביצוע: בצע את הניסוי כמתואר לעיל. בעזרת ה Tracker מדוד את המיקום של 2 העגלות כפונקציה של הזמן. שמור רק על המדידות המתארות את התנועה לאחר שחרור העגלות ולפני שהן חוזרות לקצה המסלול. לשם כך רצוי למדוד מראש את הקואורדינטות של העגלה התחתונה כאשר היא בתחתית המסלול. עבור כל עגלה, העתק את הגובה ואת שני הרכיבים של המהירות לגיליון אלקטרוני. חזור על הניסוי עם עגלה אחת בלבד לצורך השוואה. מדוד את מסות העגלות.

סרטט גרף (משותף) של הגבהים כפונקציה של הזמן עבור כל אחת מהעגלות ועבור מרכז המסה. לפי התאוריה, אחד מן הגרפים צריך להיות פרבולה (מי?). הוסף לו קו מגמה בצורת פולינום ריבועי.

סרטט גרף (משותף) של הרכיב x של המהירות כפונקציה של הזמן עבור כל אחת מהעגלות ועבור מרכז המסה. יש גרף שצריך להיות קו ישר. הוסף לו קו מגמה לינארי ומצא את השיפוע. חזור על אותו הניתוח עבור הרכיב z של המהירות. סרטט גרפים של רכיבי המהירות עבור המקרה שבו היתה עגלה אחת, מצא את השיפועים והשווה לאלה שמצאת עבור מרכז המסה במקרה של 2 עגלות.

ניסוי מס' 10 - תנועה הרמונית תנועה הרמונית פשוטה

תיאור מערכת הניסוי: עגלה יכולה לנוע על מסלול שיסומן כציר x , כאשר היא מוחזקת לנקודות קבועות באמצעות שני קפיצים, בעלי קבועים k_1 ו- k_2 (ראה תרשים). בניסוי נמדוד את המיקום x של העגלה כפונקציה של הזמן.



תאוריה: משוואת התנועה של העגלה היא

$$(1) \quad m\ddot{x} = -(k_1 + k_2)(x - x_0)$$

כאן m מסת העגלה ו- x_0 נקודת שיווי המשקל. הפתרון של המשוואה הדיפרנציאלית (1) הוא $x - x_0 = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$, היכן שהקבועים A ו- φ נקבעים עפ"י תנאי ההתחלה, כלומר על פי

המיקום ומהמהירות ברגע שבו העגלה משוחררת. $\omega_0 = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$ וזמן המחזור הוא

$$(2) \quad T_{th} = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$$

שאלות הכנה:

- א. סמן ב- l_1 ו- l_2 את האורכים של הקפיצים כשהם רפויים וב- L המרחק בין נקודות האחיזה שלהם. לשם פשטות, הנח שהעגלה נקודתית. הוכח את (1).
- ב. הראה ש-(1) נכון גם אם המסלול אינו אופקי.

ניסוי קדם למציאת k_1 ו- k_2 :

- ד. תלה את הקפיץ על המתקן המיועד לכך, והוסף משקולות.
- ה. מדוד את אורך הקפיץ כפונקציה של המשקל. התחשב רק במדידות המתקבלות כאשר כריכות הקפיץ מופרדות.
- ו. סרטט בגיליון אלקטרוני גרף של הכוח לעומת האורך. גרף של הכוח לעומת ההתארכות צריך להיות קו ישר שעובר דרך הראשית ושיפועו קבוע הקפיץ; גרף של הכוח לעומת האורך לא יעבור דרך הראשית, אך שיפועו עדיין יהיה קבוע הקפיץ. הקפד לרשום יחידות על הגרף ועל שיפועו. מצא את קבוע הקפיץ ואת אי הוודאות בערך זה.

ביצוע הניסוי:

הרכב את העגלה על המסלול, הסט אותה משיווי משקל ורשום את מיקומה כפונקציה של הזמן בעזרת Tracker. הזהר שהמשרעת לא תהיה גדולה מידי עד כדי כך שאחד הקפיצים יפסיק להיות מתוח. שרטט גרף של $x(t)$ ומדוד את זמן המחזור.

מדוד זמן המחזור עבור ערכים שונים (לפחות שלושה) של אמפליטודה. מה המסקנה? מדוד זמן המחזור עבור ערכים שונים (לפחות ארבעה) של מסת העגלה. על מנת לבדוק את הנוסחה (2), סרטט גרף של זמן המחזור בריבוע כפונקציה של המסה. בדוק אם מתקבל קו ישר ואם הפרמטרים מתאימים לתאוריה בתחום השגיאה.

תנועה הרמונית מרוסנת

תאור הניסוי ותאוריה:

מערכת הניסוי זהה לזו המתוארת בניסוי הקודם, אך הפעם מדביקים מגנט בתחתית העגלה. כאשר המגנט נע, נוצר זרם בתוך מסילת האלומיניום, וזרם זה מפעיל כוח דחייה על המגנט. הכוח שהזרם מפעיל נמצא ביחס ישר למהירות העגלה. מכאן, משוואת התנועה המתקבלת היא

$$(3) \quad m\ddot{x} = -(k_1 + k_2)(x - x_0) - b\dot{x}$$

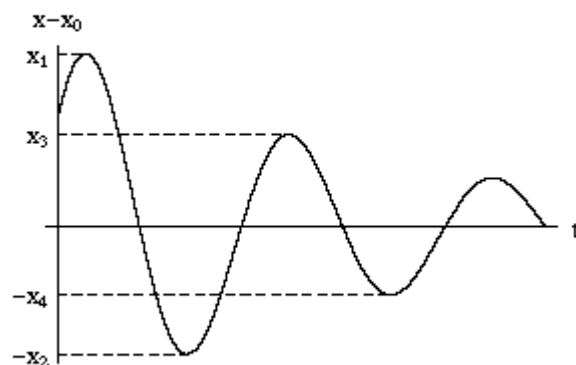
הקבוע b תלוי בגורמים כגון חוזק המגנט ומוליכות המסילה. הפתרון של המשוואה (3) הנו

$$(4) \quad x - x_0 = Ae^{-\gamma t} \cos(\omega t + \phi)$$

עם

$$(5) \quad \gamma = \frac{b}{2m} \quad \omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m} - \gamma^2}$$

התרשים מתאר מראה אופייני של הפתרון (4)



התנועה אינה מחזורית, כי המשרעת דועכת עם הזמן, אך הזמן בין מקסימה או מינימה עוקבים נשאר קבוע. לזמן זה קוראים "זמן המחזור" והוא שווה $2\pi/\omega$.

שאלת הכנה:

מהן היחידות של b ושל γ ? בטא באמצעות מטרים, קילוגרמים ושניות.

ניסוי קדם לקביעת מקדם הריסון:

בקש מגנטים מהמדריך. הסר את הקפיצים ושאר מכשולים. אמן את המסלול. הקנה לעגלה מהירות התחלתית ובאמצעות ה Tracker מדוד את המהירות כפונקציה של זמן.

אם המהירות ההתחלתית הייתה V_0 , המהירות ברגע t צריכה להיות $V(t) = V_0 e^{-\frac{b}{m}t}$ (הסבר מדוע)

$$\ln V = \ln V_0 - \frac{b}{m}t \quad \text{ניקח } \ln \text{ משני אגפי המשוואה:}$$

בנה גרף $\ln V = f(t)$ וחלץ ממנו את מקדם הריסון γ . מכיוון שקשה להשיג איזון מושלם, רצוי לחזור על הניסוי בכיוון הפוך, ולקחת את הממוצע של התוצאות.

ביצוע הניסוי:

הרכב את העגלה בין הקפיצים. תן לה להתייבב ורשום את מיקום נק' שיווי המשקל של מצב המנוחה. הסט את העגלה משיווי משקל, שחרר, ובעזרת Tracker רשום את $x(t)$ עד שהתנודות נהיות קטנות מאד.

ניתוח:

מדוד את זמן המחזור.

ברצוננו למדוד את γ . לשם כך נשים לב ש- $|\cos(\omega t + \phi)| \approx 1$ בכל מינימום ובכל מקסימום של x . (ליתר דיוק, בכל נקודות הקיצון יש ל- $|\cos(\omega t + \phi)|$ ערך זהה.¹) כמו כן, אם זמן המחזור הוא T , הזמן בין כל שתי נקודות קיצון עוקבות הוא $T/2$, דהיינו, אם נסמן את עיתוי הקיצון הראשון כ- t_1 , העיתוי עבור הנקודה מספר i יהיה $t_1 + (i-1)\frac{T}{2}$. נסמן ב- Δx_i את הערך של $|x_i - x_0|$ עבור נקודת הקיצון מספר i (ראה תרשים). הצבת הזמן בתוך (4) נותנת

$$\Delta x_i = A e^{-\gamma\left(t_1 - \frac{T}{2}\right)} e^{-\frac{\gamma T}{2}i}$$

נסמן: $C = A e^{-\gamma\left(t_1 - \frac{T}{2}\right)}$. זה גודל קבוע, מכיוון שאינו תלוי ב- i . עם סימון זה אפשר לכתוב

$$(6) \quad \Delta x_i = C e^{-\frac{\gamma T}{2}i}$$

לוקחים $\ln$ משני אגפי המשוואה (6) ומקבלים: $\ln \Delta x_i = \ln C - \frac{\gamma T}{2}i$

מתוך שיפוע הגרף $\ln \Delta x_i = f(i)$ ניתן לחלץ את מקדם הריסון. השווה את התוצאה לזו שהתקבלה בניסוי הקודם.

¹ נקודות הקיצון של x מתקבלות כאשר המהירות מתאפסת. גוזרים את (4) לפי הזמן ורואים שהתנאי

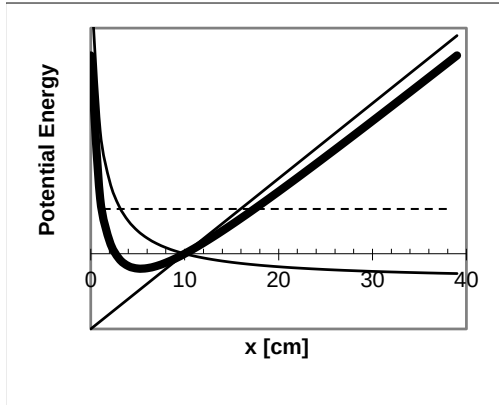
הוא $A e^{-\gamma t} [-\gamma \cos(\omega t + \phi) - \omega \sin(\omega t + \phi)] = 0$, כלומר, $\tan(\omega t + \phi) = -\frac{\gamma}{\omega}$. מכיוון שהפונקציה

$\tan$ היא מחזורית עם מחזור π , בין נקודות מחזור עוקבות ωt גדל ב- π ולכן הזמן שחולף הנו

$$\frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi}{2\pi/T} = \frac{T}{2}$$

ניסוי מס' 11 - תנועה בתוך בור פוטנציאל

תאוריה



אומרים שגוף נמצא בתוך "בור פוטנציאל" כאשר לאנרגיה הפוטנציאלית הכוללת יש מינימום באזור שבו הוא נע. בניסוי זה ניצור בור פוטנציאל כמו בניסוי "אנרגיה פוטנציאלית של שדה כוח". בתרשים, הקו הישר מתאר את האנרגיה הכובדית $\frac{Mgh(x - x_0)}{L}$, הקו הדק הנוסף מתאר את האנרגיה הפוטנציאלית

המגנטית $U(x)$ והקו העבה את הסכום של שניהן, כלומר, האנרגיה הפוטנציאלית הכוללת. הסימונים כאן זהים לאלה שבניסוי שהוזכר. נסמן את האנרגיה הפוטנציאלית הכוללת ע"י $U_T(x)$. ל- U_T יש מינימום, שלפי התרשים נמצא קרוב ל- $x = 5\text{cm}$. אם נניח את הגוף

בנקודה שבה U_T מינימלי, הוא יישאר בשיווי משקל (equilibrium). לכן, נסמן נקודה זאת כ- $x = x_{eq}$. אם כל הכוחות משמרים, האנרגיה המכנית, שנשמנה ב- E , נשמרת. האנרגיה הקינטית שווה $E - U_T$. מכיוון שהאנרגיה הקינטית לא יכולה להיות שלילית, הגוף לא יכול להתרחק מ- x_{eq} מעבר לנקודות שבהן $E = U_T$. נקודות אלה נקראות "נקודות מפנה" ונסמן ע"י x_u ו- x_d (up ו- down). בתרשים, הקו המקווקו מסמן את E ו- $x_u \approx 19\text{cm}$, $x_d \approx 1\text{cm}$. הגוף מבצע תנועה מחזורית בין שתי נקודות אלה.

עבור נקודות קרובות ל- $x = x_{eq}$ אפשר לקרב את הכוח המגנטי $F(x)$ ע"י טור

$$(1) \quad F(x) = F_0 + c_1(x - x_{eq}) + c_2(x - x_{eq})^2 + \dots$$

כאן F_0, c_1, c_2 קבועים (שנלמד לחשב בהמשך) ואנחנו מניחים שחזקות גבוהות יותר של $(x - x_{eq})$ קטנות ואינן משפיעות בהרבה. $F_0 = \frac{Mgh}{L}$, כי ב- $x = x_{eq}$ יש שיווי משקל. גזירת (1) נותנת

$$\left. \frac{dF}{dx} \right|_{x=x_{eq}} = c_1, \quad \text{וגזירה נוספת, } \left. \frac{d^2F}{dx^2} \right|_{x=x_{eq}} = 2c_2, \quad \text{כך שניתן לרשום את (1) בצורה}$$

$$(2) \quad F(x) = F_0 + F'(x - x_{eq}) + \frac{F''}{2}(x - x_{eq})^2 + \dots$$

כאשר התגים מסמנים גזירה והצבת $x = x_{eq}$.

באותה הדרך, האנרגיה הפוטנציאלית ניתנת לקרוב ע"י

$$(3) \quad U_T(x) = U_0 + \frac{U''}{2}(x - x_{eq})^2 + \frac{U'''}{6}(x - x_{eq})^3 + \dots$$

כאן U_0 היא האנרגיה הפוטנציאלית ב- $x = x_{eq}$ ו- U'' ו- U''' הן נגזרותיה. היות ו-

$$F = -\frac{dU}{dx} = -\frac{dU_T}{dx} + \frac{Mgh}{L}$$

$$(4) \quad F' = -U'', \quad F'' = -U''', \quad \dots$$

תנודות קטנות (קרוב ל- $x = x_{eq}$)

אם התנודות קטנות, נוכל להזניח את האיבר הריבועי ב- (2) ולהשאיר רק $F(x) = F_0 + F'(x - x_{eq})$.

F_0 מתקזז עם המשקל, כך שהכוח הכולל יהיה $F'(x - x_{eq})$. היות ו- $F' < 0$ (הכוח המגנטי נחלש עם המרחק), נוכל לרשום את הכוח השקול כ- $-|F|(x - x_{eq})$. כלומר, יש לנו כוח מחזיר המקיים את חוק

הוק, כאשר "קבוע הקפיץ" הינו $|F|$. לכן, תהיה תנועה מחזורית עם זמן מחזור

$$(5) \quad T = 2\pi \sqrt{M/|F|}$$

תגודות גדולות

משימור האנרגיה נובע שהמהירות כפונקציה של המיקום הינה $\sqrt{\frac{2(E-U_T)}{M}}$. לכן, הזמן הדרוש לגוף להגיע מ- x_d ל- x_u יהיה

$$(6) \quad \frac{T}{2} = \int_{x_d}^{x_u} \frac{dx}{\sqrt{2(E-U_T(x))/M}}$$

הכנה תאורטית

א. הראה ש- $x=x_{eq}$ היא נקודת שיווי משקל יציב.

ב. הראה את (3).

ג. הראה ש- U'' ו- U''' תלויות רק באנרגיה המגנטית, ולא בשיפוע המסלול.

ד. הראה שבמשוואה (3) אין איבר $U'(x-x_{eq})$.

ה. הראה את הקשר (4).

ו. הראה את (6).

ז. מה היחידות של F' ושל U''' ?

ביצוע הניסוי

1. קבלת הפונקציות

חזור על מדידות הכוח והאנרגיה המגנטית, כפי שבוצעו בניסוי "אנרגיה פוטנציאלית של שדה כוח". הפעם, נצל כל שיפוע של המסלול כדי למדוד גם את $F(x_2)$ ואת $U(x_1)$. (המדידות עבור U יתפרסו על תחום רחב יותר מהמדידות עבור F). דאג שיהיו לפחות 3 מקרים שבהם העגלה עולה מעל x_0 ו-3 שבהם היא יורדת. סרטט גרפים של $F(x)$ ו- $U(x)$ וחשב עבורם קווי מגמה רב-איבריים.

2. תגודות קטנות

הקנה למסלול שיפוע, כך שהעגלה תהיה בשיווי משקל בנקודה הנמצאת בתוך התחום שעבורו נמדד $F(x)$ (בחר נקודה קרובה לקצה העליון של התחום). הסט במקצת את העגלה מנקודת שיווי המשקל ושחרר אותה, כך שהיא תבצע תגודות קטנות. באמצעות שיעור עצר מדוד את הזמן הדרוש ל-10 מחזורים וחשב את זמן המחזור. באותו האופן, מדוד את זמן המחזור עבור עוד שני שיפועים של המסלול: אחד עם x_{eq} קרוב לקצה התחתון של התחום שעבורו $F(x)$ נמדד והאחר בנקודה אמצעית. עבור 3 הנקודות x_{eq} חשב את F' ע"י גזירת קו המגמה של $F(x)$ ובדוק אם מתקיים הקשר (5).

3. נקודות מפנה (סעיף זה וזה שבהמשך מתבצעים באותו השיפוע, שמתאים ל- x_{eq} בינוני; הקפד שנקודות

המפנה לא יחרגו מהתחום שבו יש מדידות עבור $U(x)$).

שחרר את העגלה מנקודת x_u נוחה ומדוד גם את x_d . אנרגית העגלה שווה $E=U_T(x_u)=U_T(x_d)$. זכור ש-

$$U_T(x)=U(x)+Mgh(x-x_0)/L$$

נובע (3) מקשר

$$U''(x_u - x_{eq})^2 / 2 + U'''(x_u - x_{eq})^3 / 6 = E - U_0$$

$$U''(x_d - x_{eq})^2 / 2 + U'''(x_d - x_{eq})^3 / 6 = E - U_0$$

מכאן אפשר לחלץ את U'' ו- U''' . מקבלים:

$$(7a) \quad U'' = \frac{2(E - U_0)[(x_u - x_{eq})^3 - (x_d - x_{eq})^3]}{(x_u - x_{eq})^2(x_d - x_{eq})^2(x_u - x_d)}$$

$$(7b) \quad U''' = \frac{6(E - U_0)(2x_{eq} - x_u - x_d)}{(x_u - x_{eq})^2(x_d - x_{eq})^2}$$

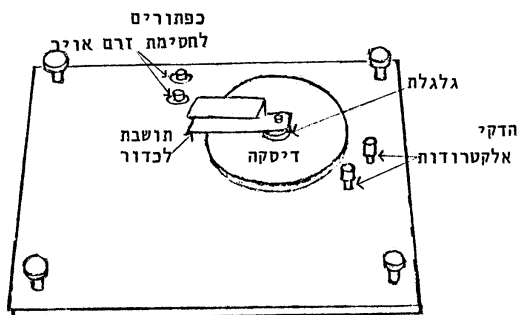
חשב את U'' ו- U''' לפי (7) והשווה לתוצאה המתקבלת מקו המגמה עבור U .

4. תנודות גדולות

עבור אותו השיפוע של הסעיף הקודם, שחרר את העגלה כך שיהיו תנודות גדולות ומדוד את זמן המחזור. נשווה את הזמן המדוד לקשר התאורטי (6) בעזרת אינטגרציה גרפית.

יש קושי בכך שהמכנה מתאפס בקצוות $x = x_d$ ו- $x = x_u$. לכן, צריכים לחשב את האינטגרל בתחום קצר יותר, למשל, מ- $x = x_d + 2\text{mm}$ עד $x = x_u - 2\text{mm}$ ואחר כך צריכים להוסיף את הזמן שהעגלה שוהה קרוב לקצוות. אנחנו יכולים לחשב את מהירות העגלה ב- $x = x_d + 2\text{mm}$ באמצעות הנחה של שימור אנרגיה. נסמן מהירות זאת כ- v_d . המהירות הממוצעת בקטע בין x_d ל- $x_d + 2\text{mm}$ תהיה בקרוב $v_d/2$, ולכן הזמן שהעגלה שוהה בקטע זה הנו $4\text{mm}/v_d$. באותו האופן מחשבים את הזמן קרוב ל- x_u .

ניסוי מס' 12 - שימור התנע הזוויתי



מתקן הניסוי

משטח אופקי עומד על ארבעה בורגי איזון. דיסקת אלומיניום יכולה להסתובב סביב ציר אנכי מחובר למשטח. הדיסקה מסתובבת על המשטח ללא חיכוך, הודות לשכבת אוויר שנדחסת ביניהם. לדיסקה מחוברת תושבת, במטרה לקלוט כדור, כפי שיוסבר בהמשך. בין התושבת לדיסקה יש גלגלה, במטרה להקנות לה את הגובה הרצוי. שתי אלקטרודות מאפשרות לחבר חוטי מתכת קשיחים, ובאמצעות מחולל ניצוצות ניתן לסמן נקודות על סרט בהיקף הדיסקה.

תאור הניסוי

משחררים כדור פלדה בחלק העליון של מסלול הגלישה המתואר בתרשים. בחלק העליון של המסלול יש מגרעת המסמנת את הגובה ההתחלתי. בתחתית המסלול תהיה לכדור מהירות אופקית V_0 .

הכדור נתפס בתושבת. בהמשך, הדיסקה, התושבת והכדור מסתובבים יחדיו כגוף קשיח סביב ציר הדיסקה.

תאוריה

נתבונן בדיסקה, בגופים הצמודים אליה, ובכדור כמערכת גופים. נעקוב אחרי התנע הזוויתי של מערכת זאת כלפי ציר הסיבוב של הדיסקה. כאשר הכדור יורד, הכוח הנורמלי של מסלול הגלישה מפעיל מומנט

סיבוב, שמשנה את התנע הזוויתי של הכדור כלפי ציר הדיסקה. אך מהרגע שהכדור מגיע לתחתית ועד שהתושבת נתקלת באלקטרודות, אין שום כוח חיצוני שמפעיל מומנט סיבוב על המערכת. (ברגע ההתנגשות יש כוח פנימי בין הכדור לתושבת, שמעביר חלק מהתנע הזוויתי של הכדור אל הדיסקה). לכן, התנע הזוויתי של המערכת אחרי ההתנגשות צריך להיות שווה לזה שהיה לפנייה.

היות ורדיוס הכדור קטן בהרבה מאורך התושבת, נתייחס לכדור כגוף נקודתי. במקרה זה התנע הזוויתי לפני ההתנגשות הינו

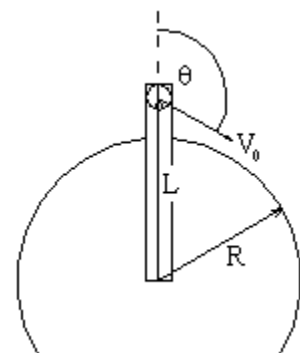
$$mV_0L \sin\theta$$

כאשר m מסת הכדור, L המרחק בין מרכז הכדור לציר הסיבוב ו- θ הזווית בין התושבת ומהירות הכדור רגע לפני ההתנגשות.

אחרי ההתנגשות יש סיבוב של גוף קשיח והתנע הזוויתי הינו

$$(I_{\text{disk}} + I_{\text{ball}} + I_{\text{arm}})\omega$$

כאשר ω היא המהירות הזוויתית אחרי ההתנגשות. מכיוון שמניחים שהכדור נקודתי, מומנט ההתמד שלו הינו $I_{\text{ball}} = mL^2$; עבור הדיסקה נניח גליל מלא, בעל מומנט התמד $I_{\text{disk}} = (1/2)MR^2$,



עם M ו- R המסה והרדיוס של הדיסקה; התושבת היא בקרוב מוט אחיד בעל אורך L , ולכן נניח מומנט התמד $I_{arm} = \frac{1}{3} m' L^2$, כאשר m' - מסת התושבת.

ניסוי א', מדידות

גדלים קבועים: מדוד את M, m, m', R ו- L , ותכנן שלוש זוויות θ לביצוע הניסוי.

איזון המשטח: הרם את הבורג א', כך שהוא לא נוגע בשולחן והשאר את הרגליות האחרות בערך במחצית אורכה. נעל את ג' בעזרת האוס המתאים. שים את הכדור בתוך התושבת ואת התושבת בכיוון שהיא מופיעה בתרשים הראשון. משווים את הגובה של ב' לזה של ג' כאשר התושבת לא יורדת לאף צד. נעל את ב'. באותה השיטה, משווים את הגובה של ד' לזה של ב' וג', כאשר הפעם שמים את התושבת בכיוון מאונך לקודם. לבסוף, מורידים את הבורג א' עד שהוא נוגע בשולחן.

מדידת V_0 : ממקמים את קצה מסלול הגלישה בקצה השולחן ומשחררים את הכדור באותם התנאים כמו בניסוי. הכדור נופל לרצפה. מדביקים ניר על הרצפה ובעזרת נייר העתקה מסמנים את מקום הנפילה. חוזרים על תהליך זה מספר פעמים, ע"מ שאפשר יהיה לקבל את מקום הנפילה האופייני ולהעריך את השגיאה שבו. בעזרת אנך וסרגל, מודדים את המרחק H שהכדור

ירד ואת המרחק האופקי X שהוא התקדם. מניתוח קינמטי מתקבל $V_0 = X \sqrt{\frac{g}{2H}}$.

מדידת ω : הדבק כפתור של וי-סקופ קרוב להיקף הדיסקה. מבצעים את הניסוי כפי שתואר ועקובים אחר תנועת הכפתור. סרטט את גודל מהירות הכפתור כפונקציה של הזמן. מגרף זה הסק מה היתה מהירות הכפתור מיד לאחר ההתנגשות, ואמוד את השגיאה במהירות זו. חלק במרחק לציר ותקבל את ω .

הסקת מסקנות

עבור כל אחת מהזוויות θ שעבורן ביצעת את הניסוי, חשב את התנע הזוויתי לפני ואחרי ההתנגשות ובדוק אם הם שווים זה לזה בתחום השגיאה הניסויית.

ניסוי ב'

מטרת הניסוי: בדיקת חוק שימור התנע הזוויתי בהתנגשות פלסטית של שתי דיסקות.

אם שתי דיסקות מסתובבות במהירויות זוויתיות ω_1, ω_2 לפני ההתנגשות

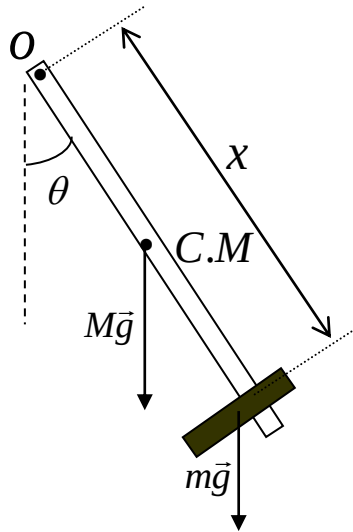
ובמהירות זוויתית משותפת ω לאחר שהן נצמדות, נובע מחוק שימור התנע הזוויתי:

$$I_1 \omega_1 + I_2 \omega_2 = (I_1 + I_2) \omega \quad \text{כאשר } I_1 \text{ ו- } I_2 \text{ הם מומנטי ההתמד של הדיסקות.}$$

מהלך הניסוי: שקול את שתי הדיסקות ומדוד את הרדיוס. חשב את מומנט ההתמד של כל הדיסקה. הנח את הדיסקות על משטח האוויר, אחת על השנייה. ניתן לווסת את זרימת האוויר בין שתי הדיסקות בעזרת הכפתורים על משטח האוויר.

הדבק מדבקה לשם מעקב בעזרת ה Tracker לדיסקה העליונה. הפעל את המצלמה.
 בתחילת הניסוי סובב רק את הדיסקה העליונה; הדיסקה התחתונה נשארת במנוחה.
 מדוד את המהירות הזוויתית לפני ההתנגשות.
 סגור את זרימת האוויר בין שתי הדיסקות ומדוד את המהירות הזוויתית אחרי ההתנגשות.
 מצא את התנע זוויתי לפני ואחרי ההתנגשות. האם התנע הזוויתי נשמר?
 האם האנרגיה הקינטית הסיבובית $\frac{1}{2}(I_1\omega_1^2 + I_2\omega_2^2)$ נשמרת בניסוי זה?

ניסוי מס' 13 - תנודות הרמוניות של מטוטלת פיזיקאלית



המערכת מורכבת ממוט אחד בעל מסה M ומשקולת (גליל מתכתי אשר אורכו קטן בהרבה מאורך המוט) בעלת מסה m . במהלך הניסוי תהיה אפשרות לשנות את מיקומה של המשקולת לאורך המוט. נקודת התליה (שמהווה את ציר הסיבוב) תהיה הקצה העליון של המוט (ראה תרשים). כיוון שממדי המשקולת קטנים בהרבה מאורך המוט (L), נוכל להתייחס אליה כגוף נקודתי. נסמן את המרחק בין ציר הסיבוב O לבין אמצע המשקולת ב- x . משוואת התנועה של המטוטלת תהיה:

$$I_O \ddot{\theta} = \tau_O \quad (1)$$

היכן ש- I_O הוא מומנט ההתמד של המערכת סביב O , θ הינה הזווית שיוצר המוט עם האנך ו- τ_O הוא המומנט השקול סביב O . עבור המערכת שלנו:

$$I_O = \frac{1}{3}ML^2 + mx^2 \quad (2)$$

המומנט שפועל על המערכת הוא

$$\tau_O = -\left(\frac{1}{2}ML + mx\right)g \sin \theta \quad (3)$$

עבור זוויות קטנות, $\sin \theta \approx \theta$ ומשוואת התנועה מקבלת צורה

$$\ddot{\theta} + \frac{3}{2}g \frac{ML + 2mx}{ML^2 + 3mx^2} \theta = 0 \quad (4)$$

כלומר, יש תנועה הרמונית עם זמן המחזור

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2}{3g} \cdot \frac{ML^2 + 3mx^2}{ML + 2mx}} \quad (5)$$

זמן המחזור מינימלי עבור

$$x_{\min} = \frac{ML}{2m} \left(\sqrt{1 + \frac{4m}{3M}} - 1 \right) \quad (6)$$

עבור מרחק זה, זמן המחזור הוא

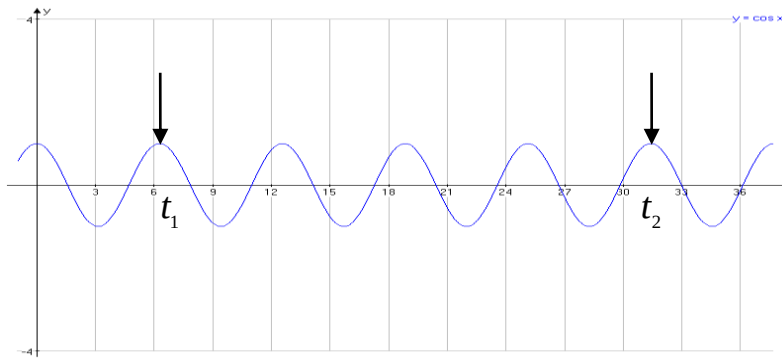
$$T_{\min} = 2\pi \sqrt{\frac{ML}{mg} \left(\sqrt{1 + \frac{4m}{3M}} - 1 \right)} \quad (7)$$

שאלות הכנה

1. הראה את (2)
2. הראה את (3)
3. הראה את (4) ואת (5)
4. הראה את (6) ו-(7).
5. אם ממדי המשקולת לא יהיו קטנים בהרבה מאורך המוט, האם זמן המחזור יהיה גדול או קטן מהביטוי (5)?

מהלך הניסוי

מדוד את המסה והאורך של המוט ושל המשקולת. מטרת הניסוי היא לאמת את קשר (5). לצורך זה נמדוד באמצעות ה Tracker את זמן המחזור כפונקציה של x . לפני תחילת המדידות מומלץ לערוך ניסוי מקדים מהיר, שבו עליך לשנות את מיקום המשקולת ולראות באופן איכותי את קצב התנודות. התחל מהקצה התחתון של המוט והעלה בהדרגה את המשקולת עד כמעט נקודת התליה O . על סמך ניסוי זה ניתן יהיה לשים לב על אופי התנודות ובמיוחד לאתר בקירוב את המיקום x שעבורו זמן המחזור מינימאלי. בהתחשב בניסוי המקדים, תכנן מספר מתאים של מדידות והקפד על כך שיהיו מספיק מדידות סביב נקודת המינימום.



ניתן למדוד את T בדיוק רב אם בגרף של y כפונקציה של הזמן ניקח 10 מחזורים, נמדוד את פרק הזמן $\Delta t = t_2 - t_1$ שבו התקיימו המחזורים ונחשב $T = \frac{\Delta t}{10}$. (בתרשים רואים רק 4 מחזורים.)

סרטט גרף של זמן המחזור כפונקציה של x ונסה להעביר קו מגמה מתאים. אם לא תצליח להתאים את כל הנקודות, סרטט את הגרף רק עבור תחום קרוב למינימום. קבל מהגרף את הערכים הניסויים עבור $x_{\min}$ ו- $T_{\min}$ והשווה לערכים התאורטיים, (6) ו-(7).

על מנת לבדוק את הקשר (5) בכל תחום הניסוי, כדאי להעלות את (5) בריבוע ולהעביר את המכנה. מקבלים $(ML + 2mx)T^2 = \frac{8\pi^2}{3g}(ML^2 + 3mx^2)$. סרטט את $(ML + 2mx)T^2$ כפונקציה של x^2 ובדוק אם מתקבל קו ישר עם הפרמטרים שנובעים מהתאוריה.

נספח: זמן שחולף בין נקודות קצון נקודות הקצון של x מתקבלות כאשר המהירות מתאפסת. גוזרים את (4) לפי הזמן ורואים שהתנאי הוא $Ae^{-\gamma t}[-\gamma \cos(\omega t + \varphi) - \omega \sin(\omega t + \varphi)] = 0$, כלומר, $\tan(\omega t + \varphi) = -\frac{\gamma}{\omega}$. מכיוון שהפונקציה $\tan$ היא מחזורית עם מחזור π , בין נקודות מחזור עוקבות ωt גדל ב- π ולכן הזמן שחולף הנו $\frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi}{2\pi/T} = \frac{T}{2}$.